有限要素法による簡易車両振動モデルを用いた減衰振動の時間応答解析

加藤泰世

1．は　じ　め　に

レーシング・マシンなど各種車両において，走行性能に影響を与えるダンパーの特性は重要であるが[1)~3)]，短期大学の教育課程では減衰を伴う振動解析を教育内容として取り入れるにあたり，基礎事項としての微分方程式や伝達関数などを履修する充分な余裕はない。そのため，実習や演習用の教材として実物のダンパーでの振動特性を観察し，また演習用ソフトによるシミュレーションを行っているのが現状である。

また，市販の汎用解析ソフトの多くは，大規模な解析も対象とされ様々な機能が含まれており，使用にあたって開発メーカーによる充実したサポート体制が確立されていることも少なくない。しかし，比較的簡便なモデルによって確認が充分と思われる基礎的な解析のために，そのような大規模な解析までが可能なソフトウェアの導入が相応しいとは思われない。こうした事情から，これまでに演習用に使用している有限要素法解析ソフトを用いて，いくつかの基本的な内容を確認するための解析を行ってきた[4)~6)]。既報[7)]においては，演習用として使用している有限要素法の解析ソフトを用いて重錘やバネを組み合わせた３次元モデルを作成し，ダンパーとスプリングの特性を確認し，タイヤやサスペンションを想定した車両の振動モデルによる解析も行った。

しかし，車両全体のモデルを作成するにあたり，既報[7)]で示したようなタイヤやサスペンションとして作成したモデルを組み入れると，モデル全体の要素数や節点数が膨大になり，既報[7)]と同様な振動解析を行う場合に長時間を要するなど効率の悪さが予想される。そこで，本研究では既報[7)]とほぼ同様の車両の振動解析を行うにあたり，簡易化した車両振動モデルを用いた振動応答解析を行った。こうした試みによって，計算時間を短縮することができ，先々の課題として検討している車両全体のモデル化へ期待できると思われる。以下，得られた結果につて報告する。

2．有限要素法解析を行った車両振動モデル

図１a）に示すのは車両の１/４を模式化した車両振動モデルである。k_1は，タイヤのばね定数を意味しており，k_2およびc_2は，それぞれサスペンションのばね定数および減衰係数を意味している。２つの錘 m_1と m_2がモデルに組み入れられているが，それぞれサスペンションの下部と上部に位置しているので，m_1と m_2はそれぞればね下，ばね上と称される。x_0は路面変位

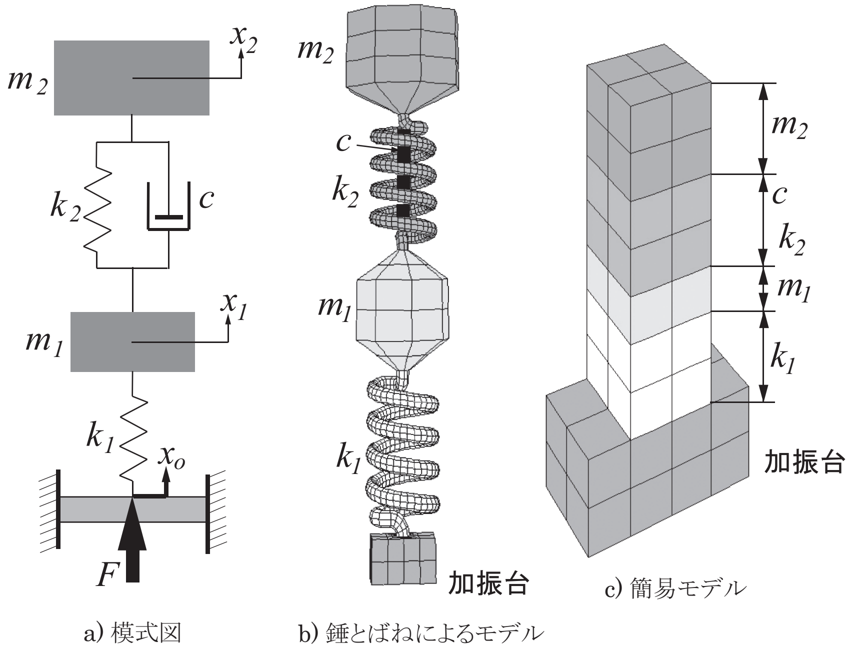


図１　車両振動モデルの模式図および振動解析を行った３次元モデル

を意味しており，x_1と x_2はそれぞればね下変位およびばね上変位である。このような，図１a）のように模式化したモデルを，既報[7]では図１b）のように錘とスプリングを組み合わせた三次元モデルとして作成し，縁石乗り上げを想定した路面の変位 x_0の変化に伴うばね下変位 x_1とばね上変位 x_2の振動応答解析を行った。

ところで，冒頭で記したように車両全体をモデル化する場合に図１b）に示したモデルを組み入れようとすると，モデル全体の要素数や節点数が大きくなり，計算に長時間を要することが予想されるため，本研究では図１c）に示す簡易化したモデルを作成し，同図 a）に示す車両振動モデルでの路面変位 x_0，およびばね下ばね変位 x_1，上変位 x_2の解析を試みた。

図１c）に示す簡易化したモデルでは，全ての要素が１辺の長さが125mm の立方体であり，ばね上荷重 m_1，サスペンションの減衰係数 c，そこでのばね定数 k_2，ばね下荷重 m_2，タイヤのばね定数 k_1，加振台の特性が解析結果に反映できるように密度，縦弾性係数の値を後に示す仕様に合わせるように入力した。密度は仕様としての質量を要素の体積で除することで求まり，またばね定数は，要素材料の縦弾性係数を変形が生ずる方向の要素の長さで除し，変形が生ずる方向に垂直な面の断面積を乗ずることで求めることができる。なお，ダンパーについては図示されていないが,取り付け位置（ダンパーを設ける両端の節点番号）と減衰係数を入力することで，解析条件として設けることが可能であり[7]，サスペンションのばね定数 k_2を与える要素の中心部に垂直方向に減衰係数を与えている。

解析に用いたソフトは既報[4)~7)]と同様の算生会[8]の三次元振動応答解析ソフトであり，解析

モデルの作成および材料定数や拘束条件の入力など他の算生会のソフトの機能も一部で使用している。また，既報[7)]で記したように，ここで用いた振動応答解析ソフトの場合の加振条件は，節点荷重しか与えることができない。そこで，図１の各図に示したモデルにて路面変位を加振条件とするために，路面を両端固定ばりからなる加振台とし，タイヤと路面の境界部分に垂直上方に集中荷重を負荷することで振動を発生させることとした。こうした加振方法の解析結果に与える影響については後で考察に加えることとする。

３．路面に変化に対するばね下変とばね上変位の解析結果

表１．車両振動モデルの仕様

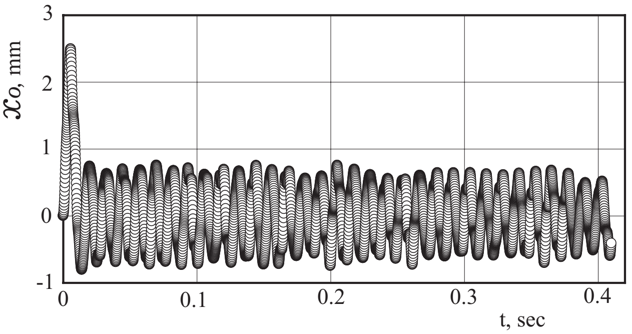
m_1	450kg
k_1	100kN/m
c	5kN/(m/s)
m_2	40kg
k_2	800kN/m

ここでは，先の図１c）に示した簡易化した車両振動モデルによる時間応答解析の結果を示す。表１に示すのはモデルの仕様である。表中には記されていないが，加振台とばね定数 $\boldsymbol{k}_1$，$\boldsymbol{k}_2$を与えるサスペンションとタイヤの要素については密度を7800kg/m^{3}とし，また加振台とばね下・ばね上の質量を与える要素については縦弾性係数を210GPa として，ポアソン比は全ての要素で0.3とした。それから，加振条件の与え方であるが，加振台とタイヤの境界に最大荷重が20MN となるような三角波形を0.01秒の間に１回与え，その後は全く荷重を与えないようにした。三角波形の与え方であるが，0.0001秒おきに階段状に荷重を変化させた。また，三角波形の最大荷重20MN は，解析されたばね下とばね上の変位の結果より適当であると判断できる値として設定した。

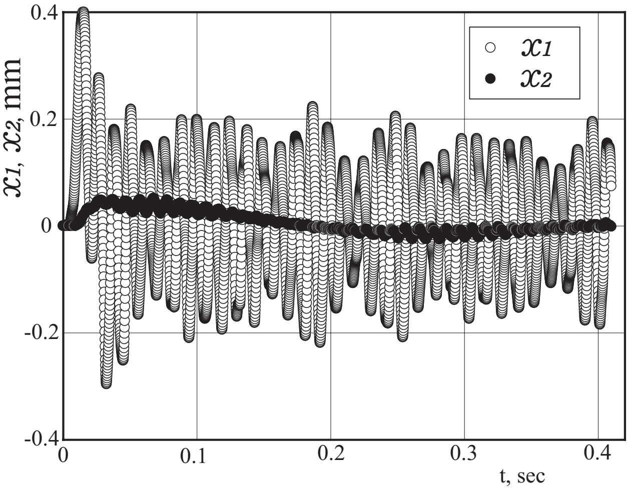
図２a)，b）に示すのは，先の図１c）に示した簡易化した車両振動モデルによる時間応答解析結果である。同図２a）は路面の変位 $\boldsymbol{x}_0$であり，同図２b）は，ばね下変位 $\boldsymbol{x}_1$とばね上変位 $\boldsymbol{x}_2$の結果である。まず，加振による路面の変位 $\boldsymbol{x}_0$についてみると，はじめに三角波による振幅が認められるがその後に長時間に渡り振動が続くこととなる。

本研究で取り上げる振動解析は，こうした加振荷重の後に引き続く減衰振動が生じない場合を目的としているので，加振台の振動特性のみを調べるために，図３a）に示すような加振台のみのモデルとして同図 b）に示すような要素モデルにて図２の各図に示した解析と同様の加振条件で振動応答解析を行ってみた。図３c）は，このモデルでの路面変位 $\boldsymbol{x}_\mathrm{b}$ の時間応答解析結果である。同図には図２a）に示した車両振動モデルでの路面の変位 $\boldsymbol{x}_0$も合わせて示しており，これらは記号によって区別している。時間の経過に伴い位相差が認められるが，振幅の大きさや際立った減衰の現れない傾向が良く似ているといえる。このような加振台の振動特性が，振動応答解析に現れないように，加振条件を工夫するなどの算出された結果に対して加振台の影響が現れないような結果を導く手法について検討を行う必要がある。

そのため，解析モデルを修正する手法として，加振台の下に加振台の減衰を早める目的でダンパーを設けた場合の解析や，加振台と接しているところの要素ではタイヤの弾性係数を変化させ



a）x_0の時間応答解析結果



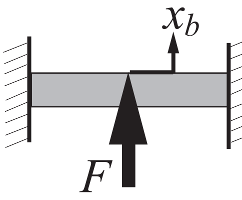
b）x_1，x_2の時間応答解析結果

図２　車両振動モデルでの振動応答解析結果

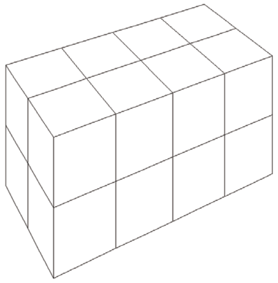
るなどの手法を試みたが，相応しい結果を得ることはできなかった。そこで，路面変位とばね下変位･ばね上変位の解析結果にフーリエ変換を行って,時間をパラメーターとする変位の関数 f(t) より周波数をパラメーターとする F(ω) を導き，加振荷重の後に残る加振台の振動の影響について検討を行うこととした。なお，フーリエ変換は，エクセルの分析ツールの機能を利用した。解析対象となるデータの個数は4096とし，一部の結果に対して F(ω) を補正して逆フーリエ変換も行った。

図４a）に示すのは，図３a)，b）に示した加振台のみのモデルでの時間応答解析結果を f(t) としたときのフーリエ変換F(ω)である。このようにωが０から10000で範囲でフーリエ変換F(ω) 算出されるが，左右対称となり大きなピーク値を取る両端付近の他はほぼ０となるので，片側のみを拡大して ω が０から400の範囲を示したものが同図 b)である。車両振動モデルについて行ったフーリエ変換 F(ω) の解析結果についても，この範囲の ω に対する結果を示すことにする。

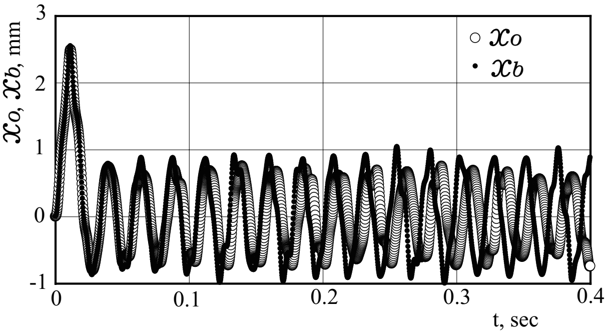
図４b)より, ω の値がほぼ83.0のところで F(ω)はその周辺の値に比べて大きなピーク値を取っ



a）加振台モデルの模式図



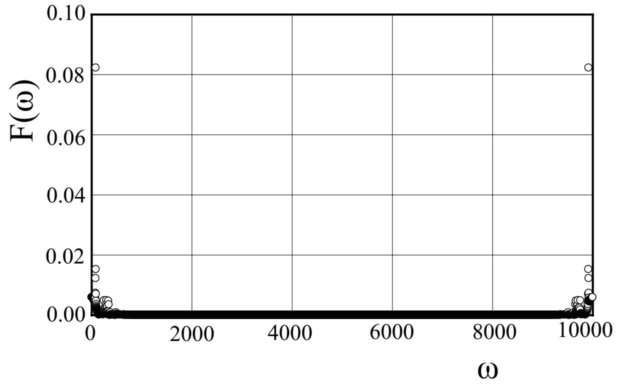
b）加振台モデル



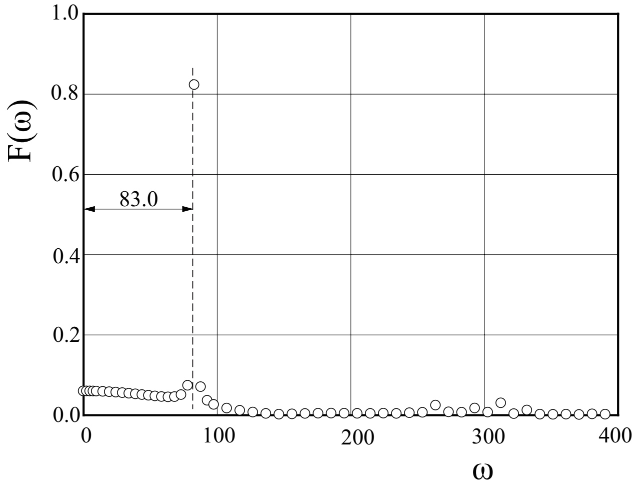
c）路面変位の解析結果

図３　加振台のみのモデルで解析された路面変位

ている。このような傾向は，図１c）に示した簡易化した車両振動モデルの場合でも図５a)，b）にそれぞれ示すように，加振に伴う路面の変位 x_0とばね下変位 x_1での F(ω) の解析結果にも現れている。また，図５c）に示すようにばね上変位 x_2での F(ω) の解析結果には，それ程顕著ではないが，ω の値がほぼ100.0のところでピーク値を取る傾向が現れているといえる。このように，加振台のみのモデルと車両振動モデルで行った変位解析をフーリエ変換した F(ω) に，ばね上変位の場合を除き ω の値がほぼ83.0のところでピーク値が現れる傾向は，加振台での振動特性の影響に関係があると考えられるので，ばね下変位 x_1について ω の値がほぼ83.0のところで現れる F(ω) のピーク値の影響を考察するために，ω の値が50以上では F(ω) を０とした場合と ω の値が100以上では F(ω) を０とした場合について逆フーリエ変換を行って図２b）に示した時間応答解析結果と比較してみた。その結果を図６a)，b）にそれぞれ示すが，ω の値が100以上では F(ω) を０とした場合のばね下変位の時間応答解析結果は図２b）に示した結果と大差はないが，ω の値が50以上では F(ω) を０とした場合は ω の値がほぼ83.0のところで現れた F(ω) のピーク値が削除されたことで，加振台の振動特性が時間応答解析結果に現れていない。また，ばね上変 x_2 については加振台の振動特性はそれほど大きく現れたとは考えにくいが，ω の値が50以上では F(ω) を０とした場合の F(ω) を逆フーリエ変換すると図７に示すように細かな振動波形を取り除くことができた。なお，この図では解析結果の傾向を分かりやすくするた



a）広範囲のωに対する計算結果



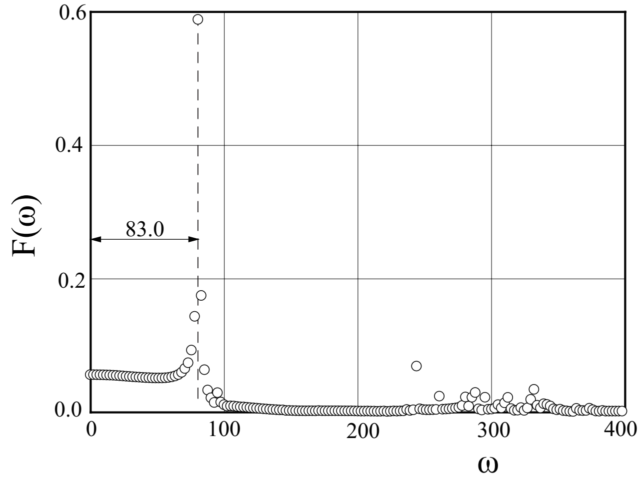
b）０＜ω＜400

図４　加振台のみのモデルでの路面変位 x_b の FFT 解析結果

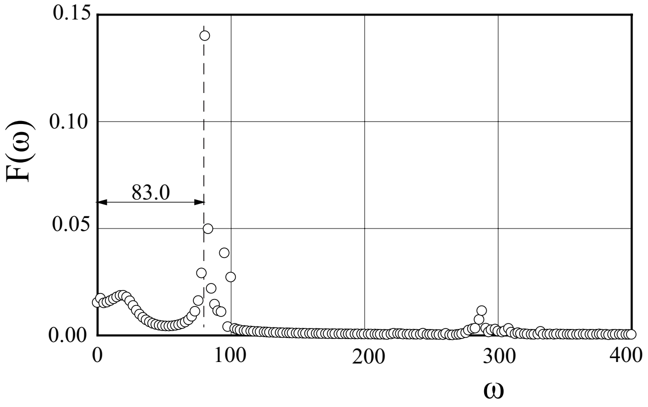
めに0.1秒までの結果を拡大して示している。

なお，図５a)，b)，c）に示した結果に対するF(ω）を０とする操作であるが，これらは既述の通りωが400以下の範囲に対する操作であり，広範囲のωに対するF(ω）の結果を示せば図４a）のように左右対称であるのでωが10000に近いところでのピーク値についても考える必要がある。したがって，上述のようにωの値が50以上でF(ω）を０とした場合は，ωが9950以上ではF(ω）を０とする操作は行わず，同様にωの値が100以上でF(ω）を０とした場合は，ωが9900以上ではF(ω）を０とする操作は行っていない。

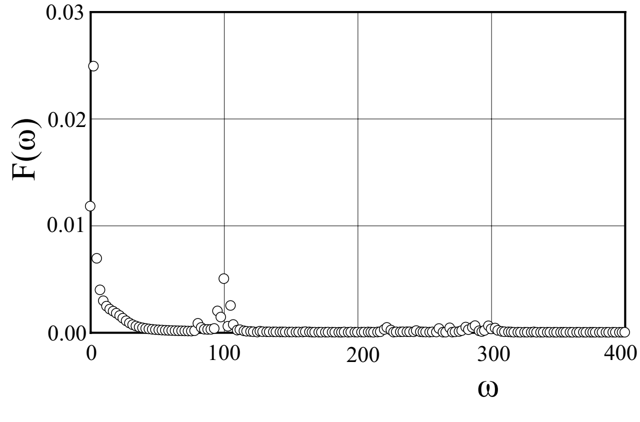
以上に記したように，ここで用いた簡易モデルによる解析によっても基本的なダンパー特性の傾向を確認することは可能であるが，加振荷重に伴う加振台の振動の影響については，より一層の検討が必要であると思われる。



a）路面変位 x_0の FFT 解析結果（0＜ω＜400）

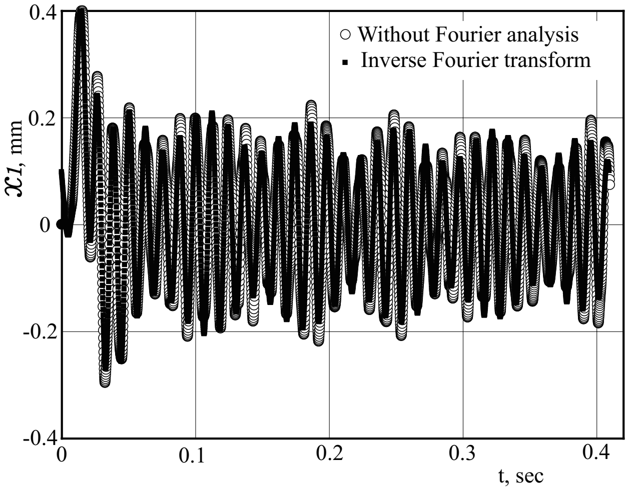


b）ばね下変位 x_1の FFT 解析結果（0＜ω＜400）

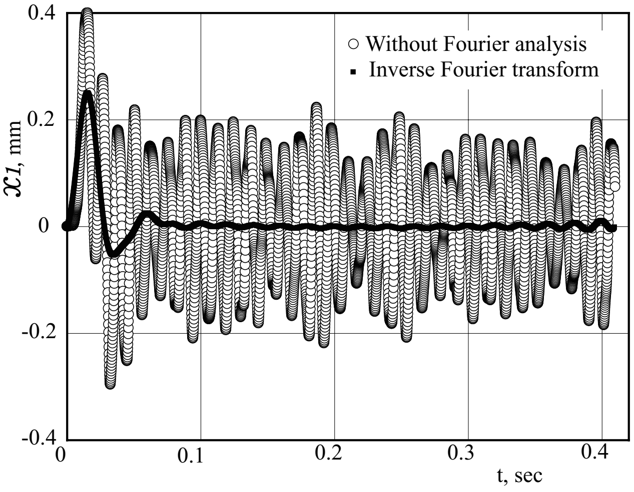


c）ばね上変位 x_2の FFT 解析結果（0＜ω＜400）

図５　車両振動モデルでの FFT 解析結果



a）100＜ω＜9900の範囲でF(ω) を０とした場合



b）50＜ω＜9950の範囲でF(ω) を０とした場合

図６　逆フーリエ変化によるばね下変位（x_1）解析結果の補正

４．お わ り に

本研究では，既報[7)]で行った模式的な三次元モデルを簡易化し，減衰を伴う振動解析を行った。使用した解析ソフトでは,加振条件として縁石乗揚げのような変位で与えることはできないので,既報[7)]と同様に加振台を想定した両端支持ばりを車両振動モデルに組み入れた。

解析結果として，車両振動モデルでの振動特性としての定性的な傾向は確認されたが，加振荷重負荷に伴う加振台での振動の影響が時間応答解析にも現れるため，補正の手法として何らかの工夫が必要となり，今回はフーリエ解析を行ってみた。しかし，今回得られた解析結果の検討も

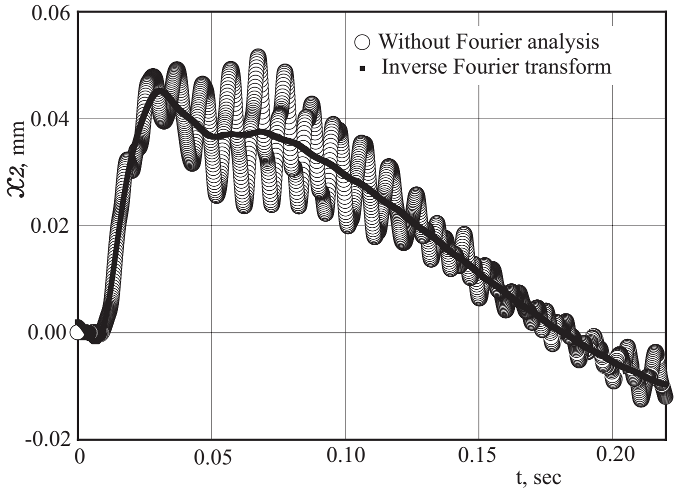


図７　逆フーリエ変化によるばね上変位（x_2）解析結果の補正
（50＜ω＜9950の範囲でF(ω)を０とした場合）

含め，今後さらに検討を行っていく予定である。

文　　　献

1）竹原　伸，はじめての自動車運動学，森北出版（2014）
2）景山克三，景山一郎，自動車力学，理工学社（2007）
3）中里武彦，イナーターに関する研究，中日本自動車短期大学　論叢（2016）
4）加藤泰世，ピストンを想定した円筒型モデルによる熱伝導熱膨張に関する有限要素法解析，中日本自動車短期大学　論叢（2014）
5）加藤泰世，円錐コイルばねの静的荷重下での応力および変形に関する有限要素法解析，中日本自動車短期大学　論叢（2015）
6）加藤泰世，ボルト締め付け破断試験での実験結果に基づく応力・ひずみ解析，中日本自動車短期大学　論叢（2016）
7）加藤泰世，有限要素法による減衰振動の時間応答解析，中日本自動車短期大学　論叢（2018）
8）黒田英夫，基礎からの数値計算，工学社（2010）