1次元2状態4近傍セルオートマトンの分類

及川　浩和・福井　　稔

1．は　じ　め　に

オートマトンとは，本来は自動人形の意味で，意志を持たず，過去及び現在に受けた刺激だけで行動が決定される自動機械の事で，セルオートマトン(CA)とは，離散的格子点で構成されていて各格子点の取りうる値は有限個であり，同一の決定論的な規則にしたがって離散的に時間発展させられるというような特性を備えている[(1)]。この離散性のためCAモデルは計算機にもなじみ，いくつかの交通流の問題に適用されている。その最も簡単なものには1次元2状態3近傍CAがある。これは1次元の格子を考え，各格子点に粒子があるか，ないかの2つの状態を考え，それぞれ1と0とする。そして状態の離散的な時間発展のルールは，注目している格子点とその両隣の状態で決まるものとする。時間発展のルールはWolframによりルール0からルール255の256個に分類されている。その中でルール184と呼ばれる1次元2状態3近傍CAモデルでは次のような遷移関数を考えて説明する。

111	110	101	100	011	010	001	000
1	0	1	1	1	0	0	0

上段に書かれている3桁の数字は現在の近傍の状態を示し，その下の数字は次の時間の状態を示す。この遷移関数を持つCAの場合，分母の10111000を8桁の2進数とみなしてルール184または#184と表記する。ルール184は中央の粒子が右の格子点が空いている時には粒子が1格子だけ右に移動する一方向拡散のモデルである。このモデルを1次元交通流モデルとして考えると，粒子は車であり，密度はすべての格子点に対して車がいくつあるかで定義する。平均速度は単位時間当たりどれだけの車が移動したかで定義すると，最大の平均速度は1となる。これは高速道路上で発生する渋滞を抽象化した交通流モデルと考えられる。このモデルはその簡潔さにもかかわらず高密度側で渋滞への相転移を示す[(2)]。またWolframは1次元2状態3近傍CAの時空間パターンを観察することで，CAの挙動パターンをクラス1からクラス4の4つに分類している[(3)]。クラス1とクラス2は規則正しい秩序的な時空間パターンを示し，クラス3は不規則なカオス的な時空間パターンを示す。クラス4は時間が進むにつれ特定のパターンがセル上に現れるか，または空間的に局在したパターンが不規則に変化して現れる複雑な時空間パターンを示す。

クラス１とクラス２は規則的なパターンを示すため目視により容易に分類ができるが，クラス３とクラス４は複雑な振る舞いを示すのでその分類は容易ではない。そのため，これまでにクラス３とクラス４を定量的に分類する方法がいくつか提案されている。その中で蜷川らは１次元２状態３近傍CAの４つのクラスをフーリエ変換を使ったスペクトル解析を用いて分類し，その有効性を示している[(4)]。そこで本論文では車の最大速度が２になる交通流CAモデルのもととなっている１次元２状態４近傍CAの時空間パターンを分類し，１次元２状態３近傍CAとの比較検討を行う。

２．１次元２状態４近傍CA

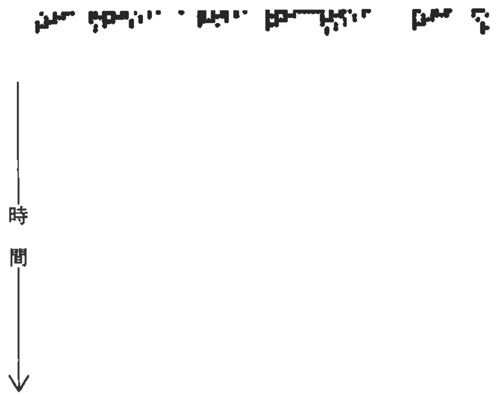
１次元の周期的な格子を考え，各格子点に車があるか，ないかの２つの状態をそれぞれ１と０と考える。そして状態の離散的な時間発展のルールは，注目している格子点とその近傍の状態で決まる。近傍の状態数は $2^4=16$ であり，１次元２状態４近傍CAは全部で $2^{16}=65536$ 個ある。例えば，次の遷移関数を考える。分子は現在の近傍の状態を示し，分母は遷移関数によって写像される次の状態を示す。

1111	1110	1101	1100	1011	1010	1001	1000	0111	0110	0101	0100	0011	0010	0001	0000
1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0

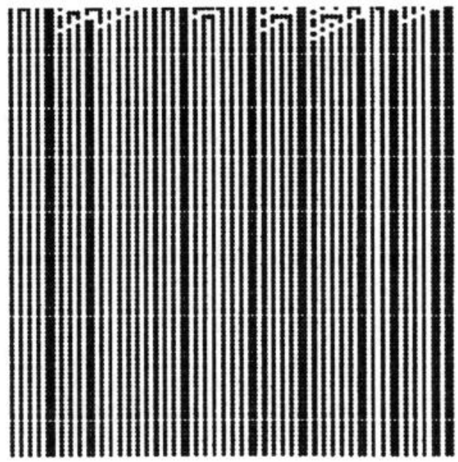
この遷移関数を持つCAの場合，1010101110101000を16桁の２進数とみなしてルール43944または#43944と表記する。このルール43944は右の格子点が１つ空いている時には車が１格子右に移動し，右の格子点が２つ空いている時には車が２格子右に移動する最大の平均速度が２である交通流モデルである。このルール43944を含めて１次元２状態４近傍CAには，65536個のルールがあることになる。

３．１次元２状態４近傍CAの分類

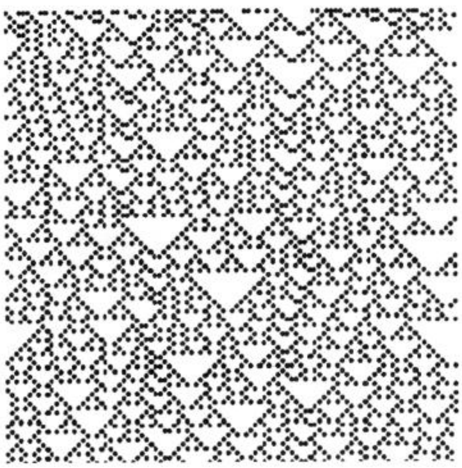
１次元の周期的な格子を考え，各格子点に車があるか，ないかの２つの状態をそれぞれ黒と白の点で表し，各時間ステップでの様相を上から下へ縦にならべると様相の変化の過程を２次元の時空間パターンで表すことができる。図１に１次元２状態４近傍CAの時空間パターンを示す。初期配置はランダムに配置し密度は50%，周期境界条件を取り入れている。時空間パターンは１次元２状態３近傍CAと同様に４つに分類できた。クラス１は過渡的な様相の後，空間的に均一な様相に落ち着く。クラス２は過渡的な様相の後，時間的に不変または周期的な様相に落ち着く。クラス３は大きさや位置がさまざまな逆三角形が現れた不規則な時空間パターンを示す。クラス４は時間が進むにつれ特定のパターンがセル上に現れたり，空間的に局在したパターンが不規則に変化して現れる複雑な時空間パターンを示している。車速度が２である交通流CAモデルになるルール43944はクラス２に含まれる。クラス１とクラス２は目視による分類が可能であるが，クラス３とクラス４の分類は目視では容易ではないのでスペクトル解析による分類を行う。



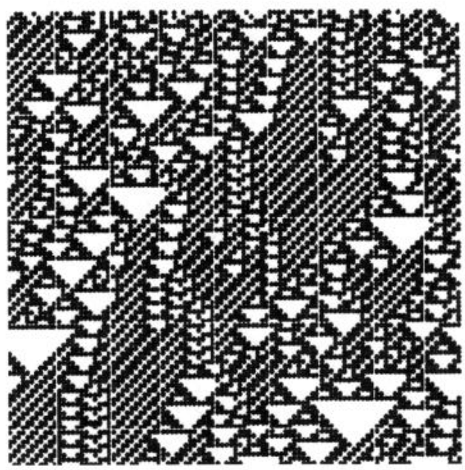
クラス1（＃10976）



クラス2（＃12515）



クラス3（＃35588）

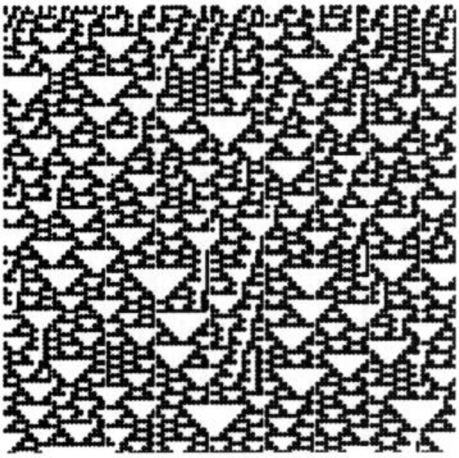


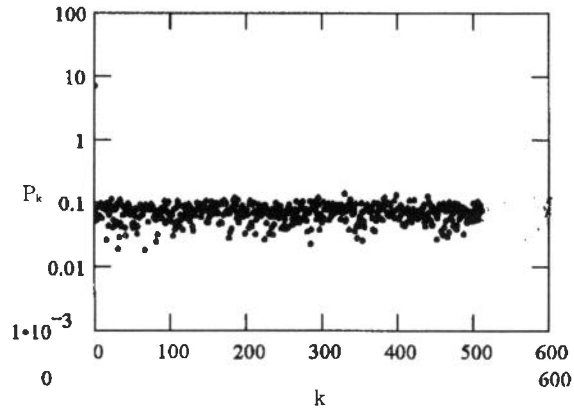
クラス4（＃23528）

図1

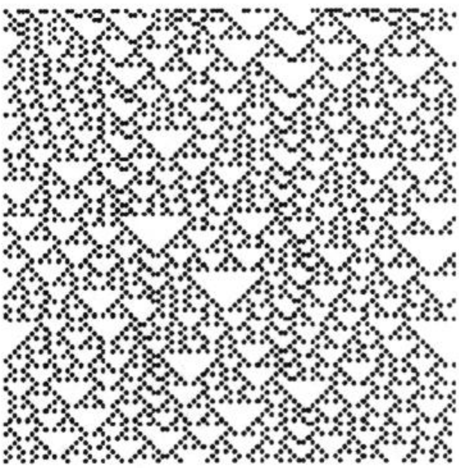
4．1次元2状態4近傍CAのスペクトル解析

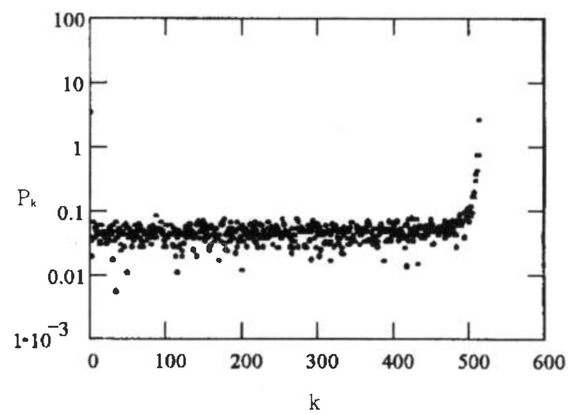
1次元2状態4近傍CAおいて，左右のセルの置換と状態0と1の置換によって互いに置換されるものを同等とみなすと，独立なCAは全部で16704個である。この内シミュレーションの結果クラス1に分類されるCAは712個，クラス2に分類されるCAは14752個，クラス3とクラス4に分類されるCAは合わせて1240個存在した。この1240個のCAを対象にスペクトル解析[(4)]を行った。セルの長さは200，ステップ数は1024である。図2は例としてクラス3に分類される＃6136と＃35588と，クラス4に分類される＃23528と＃20456のパワースペクトル（P_k）を示したものである。周波数は$k=512$で対称である。＃6136では周波数にピークがないホワイトノイズとなった。＃35588では周波数$k=512$でピークが現れた。＃23528では$k=345$と512でピークが現れ



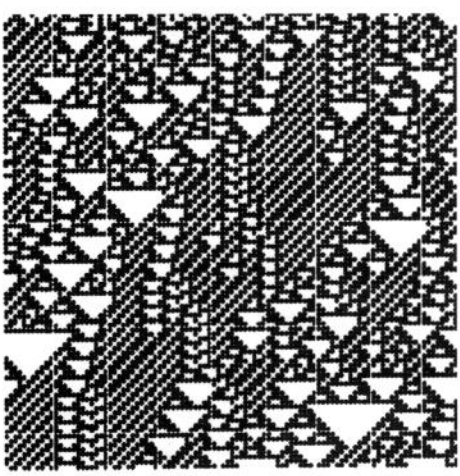


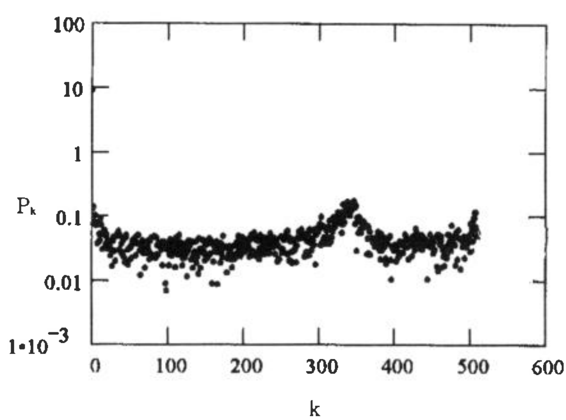
クラス 3（＃6136）





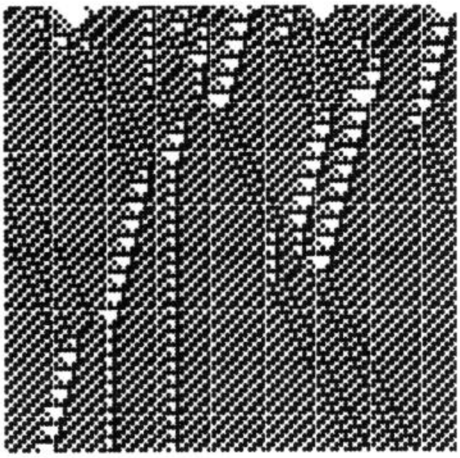
クラス 3（＃35588）





クラス 4（＃23528）

図 2



クラス4（＃20456）

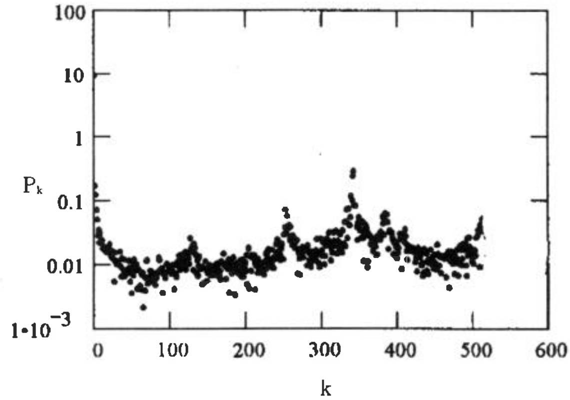


図2

た。また，＃20456ではk＝125と256と342と382と512でピークが現れた。したがってクラス4に分類されるCAは固有の周期で周期的な振る舞いをしている確率が高い事を示している。

5．結　　　果

1次元2状態4近傍CAの分類は1次元2状態3近傍CAの分類と同様に4つのクラスに分類された。また，スペクトル解析を用いて1次元2状態4近傍CAのクラス3とクラス4の分類を行った結果，クラス3に分類されるCAは固有の周期を持たない。クラス4に分類されるCAは固有の周期を持ち周期的な振る舞いを示す。したがって1次元2状態4近傍CAのクラス3とクラス4の分類においても，1次元2状態3近傍CAの分類と同様にスペクトル解析による分類の有効性が明らかとなった。

参　考　文　献

1）高安秀樹：フラクタル（朝倉書店，1986）
2）S. Wolfram : Rev. Mod. Phys. 55　601（1983）
3）S. Wolfram : Universality and Complexity in Cellular Automata. Physica. 10. 1（1984）
4）蜷川繁，広瀬貞樹，長谷博行，米田政明：スペクトル解析による1次元セルオートマンの分類．電子情報学会誌．J80－D－I．856（1997）