

二次元交通模型における渋滞に及ぼす速度異方性

— Nagel & Schreckenberg モデル —

及川浩和・福井 稔

要 旨

二次元のセルオートマトンモデルにおいて、上方向に移動する車の速度が一定で、右方向に移動する車の速度がより高速で進行するモデルにおいて、Biham モデルと、状態更新の規則を Nagel モデルと同様、速度を加速・減速した場合によって生じる影響をシミュレーションして比較する。また、二次元フーリエ解析により特徴的なセル図のパターンの解析を行った。さらに、特徴的なセル図におけるクラスタの大きさの分布を求めた。

ここで扱うモデルは、ある1つのサイトに、車が存在するか、または、上方向に移動する車があるか、右方向に移動する車があるかの3つの状態のいずれかとなる、いわゆる二次元3状態のセルオートマトンモデルである。状態の更新は、最初に二次元正方格子点(100×100)に、上方向に移動する車と右方向に移動する車をランダムに配置する。系全体には交通信号があり、先ず上方向に移動する車が一斉に進行し、次に右方向に移動する車が一斉に進行する過程を繰り返す。格子の各行各列には、周期境界条件を取り入れている。タイムステップは最大10000ステップで、初期配置の異なる100モデルでシミュレーションを行った。

1 速度異方的 Biham モデル

速度は1タイムステップに前進できる格子数で定義する。上方向に移動できる車の最高速度 V_{mu} (u : upward) を1 (1タイムステップに対して1格子移動) に固定して、右方向に移動できる車の最高速度 V_{mr} (r : rightward) を2の場合、3の場合、4の場合 (1タイムステップに対して最大移動格子数) と変える。車の台数は上方向と右方向共に同数にして、密度を変えて平均速度を求めた。上方向の平均速度 V_{1u} は $V_{1u} = (1 \times N_{1u}) / N_u$, (N_{1u} : 上方向へ1ステップ移動した車の数, N_u : 上方向へ移動する車の総数) で表し、右方向の平均速度 V_{ir} は $V_{ir} = (\sum_i N_{ir}) / N_r$, (N_{ir} : 右方向へ i ステップ移動した車の数, N_r : 右方向へ移動する車の総数) で表す。密度 P は、 $P = (N_u + N_r) / L^2$, (L : 格子の大きさ) で表す。

2 速度異方的 Nagel モデル

状態の更新において Nagel モデルと同様に加速・減速の規則を速度異方的モデルに付加した場合を考える。現在、車の速度 V が最高速度 V_m より小さく、かつ、車の前方の格子が $V + 1$ 個以

上あいているとき速度を $V + 1$ とし、逆に現在、車の前の空の格子数が j ($j \leq V$) のとき車の速度を $V = j$ に更新した後に移動する過程を繰り返す。ここでは最初の Nagel モデルに含まれている確率論的減速過程は除いてあり、すべて決定論的過程を取り扱っている。

3 速度異方的 Biham モデルと速度異方的 Nagel モデルによるシミュレーションの結果の比較

$V_{mr} = 3$ における密度と平均速度との関係を表すグラフを図 1 に示す。グラフ上の \times 印は

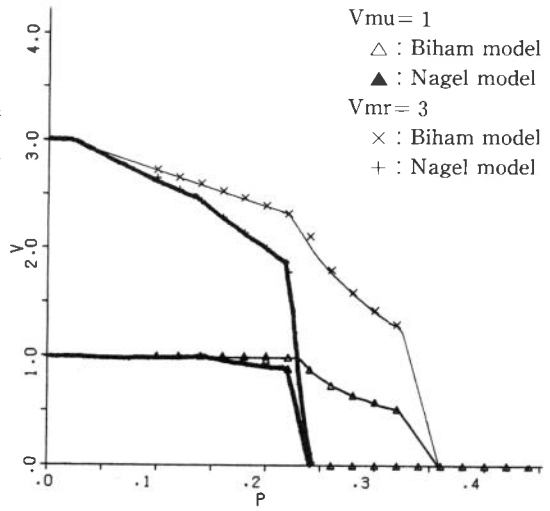
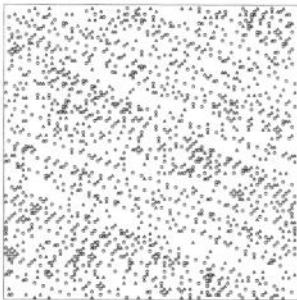


図 1

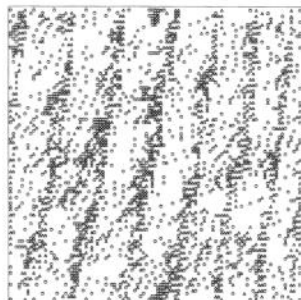
Biham モデル (加速・減速なし)

$V_{mu} = 1, V_{mr} = 3$



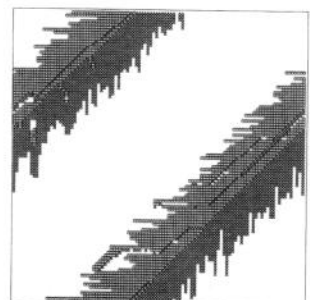
$P = 0.16$

図 2-1



$P = 0.26$

図 2-2



$P = 0.36$

図 2-3

Nagel モデル (加速・減速あり)

$V_{mu} = 1, V_{mr} = 3$



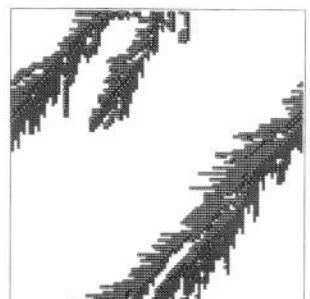
$P = 0.14$

図 2-4



$P = 0.22$

図 2-5



$P = 0.24$

図 2-6

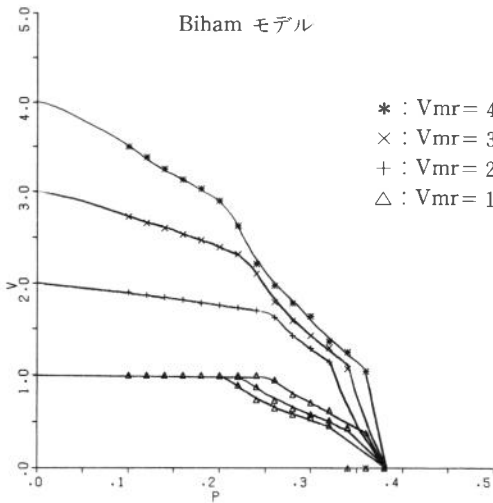


図 3

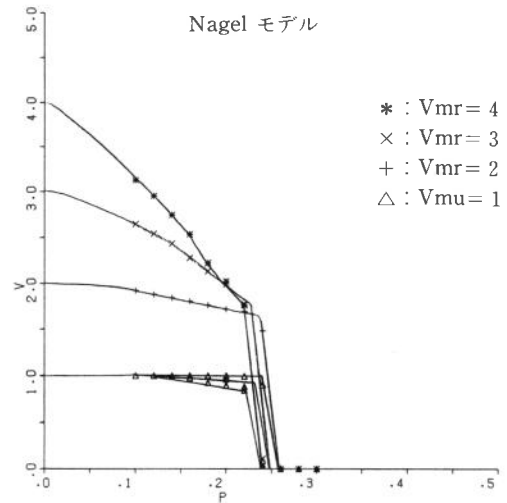


図 4

速度異方的 Biham モデル (以後 Biham モデル), +印は速度異方的 Nagel モデル (以後 Nagel モデル) を表す。Biham モデルと Nagel モデルでは共に, 速度の早い車 (右方向) が速度の遅い車 (上方向) から影響を受けるために V_r が低下し, 遅い車の速度自身は $V_u = 1$ で一定である相 (one-sided blocking phase) と, 上方向に移動する車と右方向に移動する車が互いに妨害を起こすために, V_r と V_u が共に低下し始める相 (mutual-blocking phase) と, 渋滞を起こし完全に停止する相 (jam phase) がある。完全渋滞相への相転移密度は, Nagel モデルの方が Biham モデルより低密度側へシフトする。それぞれの相におけるセル図を図 2-1 から図 2-6 に示す。セル図の Δ は上方向へ移動する車を表し, \circ は右方向へ移動する車を表している。one-sided blocking phase ではセル図に右下がりの縞が現れる (図 2-1, 図 2-4)。また, mutual-blocking phase では右上がりの帯が現れる (図 2-2, 図 2-5)。jam phase では, 渋滞を起こし完全に停止状態となる (図 2-3, 図 2-6)。以上のようなセル図の特徴的な 3 つのパターンは, $V_{mr} = 2$, $V_{mr} = 4$ においても同様に存在する。最高速度別に Biham モデルと Nagel モデルの密度と平均速度との関係を表すグラフを図 3 と図 4 に示す。+印は $V_{mr} = 2$, x印は $V_{mr} = 3$, *印は $V_{mr} = 4$ の場合を表す。完全渋滞相への相転移密度は図 1 で示したと同様に, Nagel モデルの方が Biham モデルより低密度側へシフトする。また, Nagel モデルにおいて, V_{mr} の値が大きいくほど完全渋滞相への相転移密度は低密度側にシフトする。

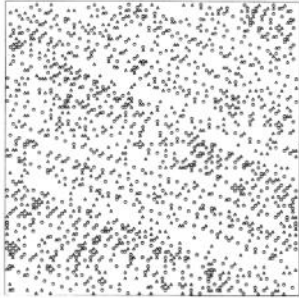
4 2次元フーリエ解析によるセル図の解析

Biham モデルにおける one-sided blocking phase ($V_{mr} = 3$, $P = 0.16$) と mutual-blocking phase ($V_{mr} = 3$, $P = 0.24$) のセル図において右方向に移動する車と, 上方向に移動する車を別々に分けたセル図を図 5-1 と図 5-2 に示す。one-sided blocking phase のセル図の右下がりの縞のパターンは, 右方向に移動する車に見られるのに対して, 上方向に移動する車はランダムに

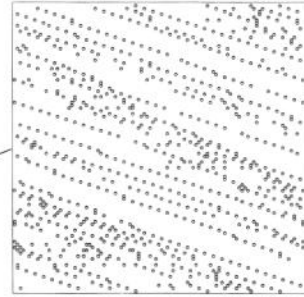
Biham モデル

one-sided blocking phase

$V_{mu} = 1, V_{mr} = 3, P = 0.16$



右方向に移動する車



上方方向に移動する車

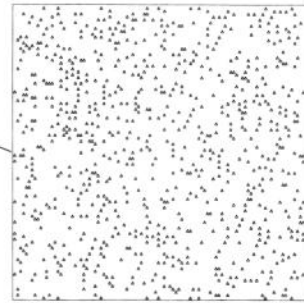
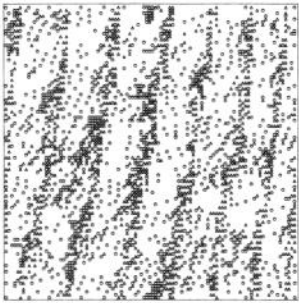


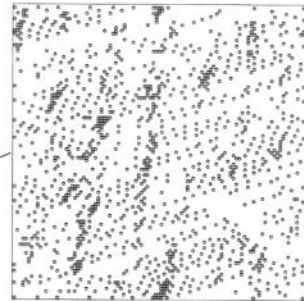
図 5 - 1

mutual-blocking phase

$V_{mu} = 1, V_{mr} = 3, P = 0.24$



右方向に移動する車



上方方向に移動する車

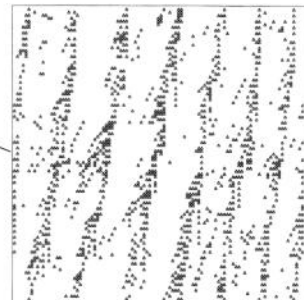


図 5 - 2

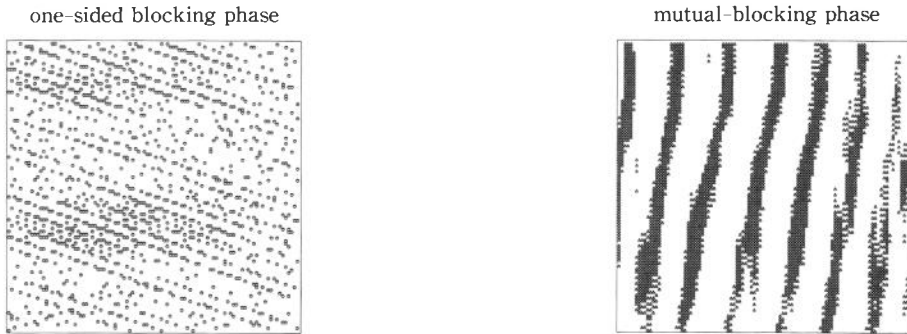


図 6

配置している。それに対して、mutual-blocking phase のセル図では、右方向に移動する車はランダムに配置しているのに対して、上方向に移動する車に右上がりの帯のパターンが見られる。そこで右下がりの縞と右上がりの帯の見られるセル図において、二次元の基本周期正方形の等分メッシュ点での関数値 Frs を車が配置されていれば 1、配置されていなければ -1 にして、二次元フーリエ解析を行い、フーリエ係数の大きな値だけを取り出し元のセル図を再合成すると図 6 のようになる。セル図を再合成することにより、セル図のある一定のパターンが強調される。したがって、one-sided blocking phase のセル図の右下がりの縞の場合は、右下がりの縞のパターンが強調され、元のセル図の傾きが $1/2$ であることが強く出ている。また、mutual-blocking phase のセル図の右上がりの帯の場合は、右上がりの帯のパターンが強調され、元のセル図の帯が周期的に現れることが明らかになった。Biham モデルにおけるその他の最高速度 ($V_{mr} = 2, V_{mr} = 4$) の場合も、Nagel モデルの場合も、one-sided blocking phase のセル図を再合成すると、右下がりの縞のパターンが強調され、 $V_{mr} = 2$ のときは元のセル図の傾きが $1/2$ であること、 $V_{mr} = 3$ のときは傾きが $1/3$ であること、 $V_{mr} = 4$ のときは傾きが $1/4$ であることが強く現れる。また、mutual-blocking phase のセル図を再合成すると、右上がりの帯のパターンが強調され、元のセル図のパターンに周期的構造があることが明らかになった。

5 one-sided blocking phase と mutual-blocking phase のクラスタの大きさの分布

図 7 は Biham モデルにおける one-sided blocking phase ($V_{mr} = 3, P = 0.16$) と mutual-blocking phase ($V_{mr} = 3, P = 0.24$) のセル図の、クラスタの大きさ S と積算個数 N との関係を両対数のグラフ上にプロットしたものである⁽⁴⁾。one-sided blocking phase のセル図の場合も mutual-blocking phase のセル図の場合もグラフ上で点がほぼ直線的に並ぶ。Biham モデルにおけるその他の最高速度 ($V_{mr} = 2, V_{mr} = 4$) の場合も、Nagel モデルの場合も、クラスタの大きさと積算個数との関係を両対数のグラフ上にプロットするとグラフ上で点がほぼ直線的に並ぶ。積算個数 N とクラスタの大きさ S の間には $N \propto S^{-\alpha}$ という関係があるとする、Biham モデルと Nagel モデルにおける指数 α はそれぞれ次のようになった。

Biham モデル

one-sided blocking phase			
Vmr	2	3	4
P	0.16	0.16	0.14
指数	-3.30	-3.20	-2.83

mutual-blocking phase			
Vmr	2	3	4
P	0.28	0.24	0.22
指数	-1.57	-1.47	-1.59

Nagel モデル

one-sided blocking phase			
Vmr	2	3	4
P	0.14	0.14	0.12
指数	-3.25	-3.25	-3.22

mutual-blocking phase			
Vmr	2	3	4
P	0.24	0.22	0.18
指数	-1.83	-1.86	-2.37

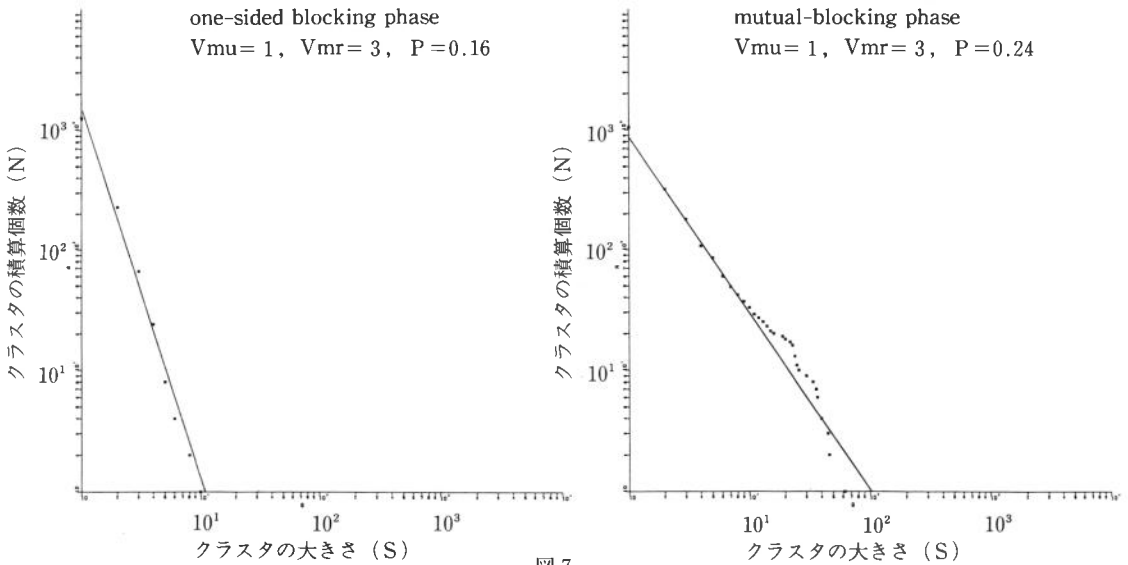


図7

6 ま と め

- ①一方向に高速度車を考慮にいたしたこの速度異方的モデルでは、one-sided blocking phase と mutual-blocking phase が出現する。すなわち、速度異方的 Nagel モデルでは、速度異方的 Biham モデルと同様に one-sided blocking phase, mutual-blocking phase, jam phase が見られる。
- ②完全渋滞相への渋滞転移密度は、速度異方的 Nagel モデルの方が速度異方的 Biham モデルよりも低密度側へシフトする。
- ③速度異方的 Nagel モデルでは、最高速度が大きいほど完全渋滞相への渋滞転移密度が低密度側へシフトすることが明確にみられる。
- ④速度異方的 Nagel モデルと速度異方的 Biham モデルでは共に、同じパターン of one-sided blocking phase があらわれ、そのセル図の右下がりの縞の傾きが、再合成したセル図から $Vmr =$

2 の場合は $\frac{1}{2}$, $V_{mr} = 3$ の場合は $\frac{1}{3}$, $V_{mr} = 4$ の場合は $\frac{1}{4}$ になることが強く現れる結果となった。

⑤速度異方的 Nagel モデルと速度異方的 Biham モデルでは共に、同じパターンの mutual-blocking phase があらわれ、そのセル図の右上がりの帯が、再合成したセル図から明確に周期的に現れることが明らかになった。

⑥速度異方的 Nagel モデルと速度異方的 Biham モデルにおいて、one-sided blocking phase と mutual-blocking phase におけるセル図中の、クラスタの大きさと積算個数との関係を両対数のグラフ上にプロットすると、グラフ上で点がほぼ直線的に並び、フラクタルであることを思わせる結果となった。

参 考 文 献

1. S. Wolfram: Rev. Mod. Phys. 55 601 (1983)
2. O. Biham, A. A. Middleton and D. Levine: Phys. Rev. A46 6124 (1992)
3. K. Nagel and M. Schreckenberg: J. Phys I France 2 2221 (1992)
4. 高安 秀樹：フラクタル 朝倉書店 (1986)
5. M. Fukui and Y. Ishibashi: J. Phys. Soc. Jpn. 62 3841 (1993)
6. Y. Ishibashi and M. Fukui: J. Phys. Soc. Jpn. 63 2882 (1994)