或る基礎的考察（論叢第13号の拙論の補足を兼ねて）

遠　藤　貞　一

論叢13号の拙論（21世紀展開の前提について）の詳しい解説を或る方面より，求められた。その論文の基礎は「現代記号論理学」を前提としており，しかもそれから或る脱脚の方法を模索している立場上，極めて高度な思考過程を必要としており，極めて解かり難いものとなっている。

ここでは21世紀への脱出について

21世紀への脱出条件＝人類の地域経済社会の活性化　　　　　　（1）

にあるとする所から，新らしい活性的社会構造の形態的，内容的世界を明らかにしなければならない関係上，むしろ現代数学の「多様体論」や「位相数学」の助けを借りたいのであるが，これとて社会のからみ合った複雑さの表現にどれだけ役立つか疑問である。

そこで我々は既に開発している技術の中で，先ず「Moderne Logik」の開発からスタートした。

「論理学 Logik」という術語は時のたつうちにさまざまに使用され，解釈され，またその故にしばしば解説的補足を与えられて来た。狭い意味では，我々は論理学を推論の正しさ――Folgerichtigkeit の学と解する。推論の正しさは，表現の内容的意義ではなく，構文論的形式が大切であるから，形式論理学 Formale Logik とも呼ばれた。それに対して認識論とか，認識批判とは，認識の種類と範囲を扱うものであるが，ときどき実質的論理学 Materiale Logik と呼ばれた。この中に I. Kant によって名付けられた先験的論理学 Transendentale Logik も含められよう。古代及びスコラ学派の論理学や，上記のものは，現代では「Klassiscke Logik」と名付けたいとされている。

これに対してここで扱う論理学は「Moderne Logik」であり，現代記号論理学と云われているものである。

この辺を解かりやすくする概念の集合は次の５つである。

$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5\}$

これの１つ１つについて明らかにすると

α_1　＝日常語はおおむね「歴史的な偶然によって，今日のような言語になった。」

この言語は幾多の多義性と非斉合性をもつ。このことは多くの点で有利であるかも知れない。しかしこのことは論理学にとっては欠陥である。

従って，我々は言語の論理学的分析や，精密化を行って，これを醇化しなければならない。

α_2　＝論理学は長い歴史によって言語の醇化に努めて来た。そして現代に至って，論理学の現代的形態は，記号論理学であると云うことができる。

この記号論理学の命題の論理的構造を明らかにしてくれたのは，「構文論的範疇」の分析であった。

このことは記号論理学の現代的成果から，更に発展して行く場合にも変らないと考えられる。

この構文論的範疇とは次の事をいふ。

α_3　＝体系Ｓがあって，次のような表現の集合，即ち集合内の任意の表現を，同じ集合内の任意の表現で，体系Ｓのすべての表現において「置換」しても，この置換によって作られた表現が，再び体系Ｓの表現である，という関係にある表現の集合。

この表現の中の置換とは次のことを云う。

α_4　＝「Ｃにおいてａにｂを」または「Ｃにおいてａをｂで置換 Substitution する」とは「Ｃと完全に同型である表現ｄ——ただしＣにおけるａに対する箇所に，ｄにおいては，ｂと同型な表現が見出される点が異る——をつくる」ことを意味する。

α_5　＝かくして記号論理学はとり分け「その形式化，即ちそれは個々の表現の内容的意義ではなく，それの構文論的範疇とその構造上の関係のみを考慮する。そしてそれの計算化，即ち表現は確固とした規則に従って，純粋に変形されるものであり，規則で計算することが出来る」を行うものである。

かくてその総合的形態は次のように展開された。

論理計算＝｛言明計算，述語計算，クラス計算，関係計算，特殊計算｝　　（２）

これの説明は各計算の説明が高度な説明となり，その相関関係をわかりやすく１頁に表現することを，筆者は１度試みたが，可成解りにくいものとなっている。それぞれに相当量の概念を学ぶより他ない。ただ言明計算だけは多少説明を加えておく。

ここで記号論理学のスタートは「基本的な表現と操作」からなので，先ずその基本的な表現を説明しなければならない。そこでこれを厳密な意味ではなく，意味の説明と云った程度で約25箇の表現を説明する。その中の12番目に言明の説明があり「体系Ｓの言明」とは「体系Ｓにおいてそれだけで自立する（１つの主張となる）ことのできる表現」で，言明計算は函数詞による未分析の言明間の結合理論を内容とするもので，その内容には関係しないものである。

かくて元に戻ってその基本的表現の説明を列挙する。

ここではそれらの厳密な意味では定義せず，それらの意味を説明する。

(1)　「表現」Ausdrūck ——「図柄—記号または図柄－記号の群」

(2)　「体系Ｓの表現」——「体系Ｓの規則に従って形式された表現」

ここで１つの簡記法の法則を作る。それは

$$\langle(B)A = A(B)\rangle \qquad (3)$$

この＝の左辺はAが説明される主体で，BはAを説明した項とする。このBはAに対する説明条件，関係条項であるため，Bの左側に・ポイントを付けBはそのポイントにない側のAを説明しているものとする。そうすると右辺も同様の意味となり，右のBはポイントのないカッコの外側のAを説明していることになり，（３）の等式が成立つ。

この場合Bは広義のAに対する説明で，条件，何等かの関係ある事項であればよいとする。

そうすると

(1) 表現（Ausdrūck）・＝図柄－記号

(2) 体系Sの表現＝表現S（⊃体系Sの規則）・（A⊃B＝AはBを含む）・＝S

(3) 体系Sの定項（Konstante)＝定っている表現（⊂体系S）・＝a，b，c……

(4) 体系Sの変項（Variable)＝定項代入の空所＝x，y，z，……

(5) 同型（Isomorpli）・＝同じ図柄である場合＝同じ表現である＝iso（xisoy）・

(6) 置換（Substitution)＝ $a \xrightarrow{\text{subs}} b$（後に再説明する）

(7) 構文論的範疇（Syntaktische Kategorie）・（後に再説明する）・＝ sk（と短縮する）・

(8) 変更の許される置換（Iso-subs）・＝isoŝub's（∀(x iso y)⊂ iso sk）・

(9) 代入（Einsetzung)＝（Iso-subs）に従って許される subs ＝ Eis（と短縮する）

(10) 改称（Umbeuneung）・＝ $x \xrightarrow{\text{umb}} y$（或る変更に他の変更を代入すること）

(11) 名称（Name)＝或る対象を指示する表現＝nam

(12) 体系Sの言明＝体系Sにおいてそれだけで自立する（１つの主張となる）表現＝ auss

(13) 体系Sの言明型（Aussage form)＝変項を含みすべての変項が定項によって置換される場合に，体系Sの言明となる表現＝ aussf

$\forall x\ (\supset vs) \cdot \xrightarrow{\text{subs}} Ks\ (= Auss \subset S) \cdot$

(14) 定理（Theorem)＝特記されている言明＝ Theor

（特記＝その言明が真である主張）

(15) 函数詩（Funktor）・＝他の１つの表現（または複数の表現）をさらに詳しく規定す表現

＝演算詞（Operator）ともいう＝ fu ＝ F ＝Op

(16) 函数詞Fの項（Argument)＝函数詞Fによってさらに詳しく規定される表現

＝ Arg ＝arg

(17) 言明変更（Aussagenvariable)＝言明または言明型のみがそれに置換される変項

＝ Aussvar ＝ $va \xleftarrow[\text{only}]{\text{subs}}$ (Auss, Ausof)

(18) 個体変項（Individuenvariable)＝ある個体に対する名称のみがそれに要換されうる

＝ Indva ＝ $va \xleftarrow[\text{only}]{\text{sabs}}$ Name

(19) 言明函数詞（Aussagenfunktor）・＝言明または言明型のみがその項でありうる函数詞

＝ Aussft ＝ Ft $\xleftarrow[\text{only}]{\text{subs}}$ Name, Indva.

(21) n項（n－adisch）函数詞＝n個の項を規定する函数詞 Cv はその正数に対するギリシヤ名

によって置換される。

例：movoadisch f ＝単項函数詞　走る，怒りやすい

　　dyadisch f　　＝２項　〃　　愛する，ふかす

　　triadisch f　　＝３項　〃　　与える。

ここで「置換」と「構文論的範疇」について一つの簡単な短縮を試みる。

·(B) A＝A（B)·　この表現でAは主体であり，Bはそれに対する広義の説明，条件，関係事項，連想事項などの何らかの修飾する言葉と約束すると左辺＝右辺となる。（　)·，·(　)を点括孤と称する事にして，その中は，点のない側の外側の項を説明するものと約束する。

そうすると置換は次の様に表現できる。

$$\cdot\left(\cdot\left(\begin{matrix} c & \backsim \\ \cdot\cdot & \\ a & \backsim \end{matrix}\right)\begin{matrix} d \\ \cdot\cdot \\ b \end{matrix}\right) b = a \xrightarrow{\text{subs}} b = \text{置換} \qquad (4)$$

$\dot{c}$と完全に同型であるd　$\backsim$＝ iso　の記号とする。

cにおけるaとdにおけるbは対応している。

以上の関係は　d：b　の説明である。

そして以上の全体で説明されるbが

aをbで，またaにbを置換すると云い

以上の全体を $a \xrightarrow{\text{subs}} b$ と表す。

このような操作が置換である。

以上は置換のボヘンスキー型表現を訳したものである。

次に構文論的範疇（先述α_3）＝ Sk とは

$$S \supset \overset{Sk}{\overline{\{y\}}}\ (\forall y\ (\overline{\{y\}}\ (\subset s)\cdot \overset{=\ \text{anyexpression}\ =}{\xleftarrow{\text{subs}}} \overline{\{x\}}\ (\subset s)\cdot)\cdot \supset s)\cdot \qquad (5)$$

体系Sの任意の表現と説明された集合｛x｝がある。

　　　　〃　　　　　　　　　集合｛y｝がある。

XをYで置換したすべてのYで説明された｛y｝がある。

このYの集合｛y｝が再びSの表現である｛y｝が Sk である。

構文論的範疇は（１）の如く１行で簡記される。

ここで∀なる記号が出てきたがこれは全称記号と云はれるもので存在記号∃と共に次のような表現と意味がある。

$\forall x\ F(x)$　とはすべてのxに対して$F(x)$

$\exists x\ F(x)$　とは$F(x)$というxが存在する。

∀xのことを全称作用素，∃xのことを存在作用素という。

(22) 付価函数詞（Valenzfunktor)＝一定の領域の価をその項に対応させる函数詞

＝　Valft　＝　ValFt

(23) 真理価函数詞(Wahrheitscuertfunktor)＝その領域が2値から成立ち，言明または言明型のみを項として，とりうる付価函数詞

＝ValFt（∃項（auss∧aussf only)）

注ただし∧＝ and ＝ & ＝　かつ

真理値函数詞は言明函数詞の一種である。

これは Junktor 接合詞ともよばれる（⊃否定詞，選言詞，含意詞など）

(24) 定義　x ＝ df y　＝「xはyを短縮したものである」

xは定義によりyに等しいという。

(25) 定義（Definition)＝「x ＝ df y における変項を置換することによってつくられる表現」

注　A⊃B　の⊃は集合AはBを含む。BはAの部分集合の含意記号とする。

ここで事柄をわかり易くするために所謂「記号論理学」の初歩をわかりやすく述べると初歩では，

次の5つの記号を説明してそれの使い方を演習する。

1　¬ ……………… not（否定）

2　∧ ………………and ＝&（A∧B　AとB，AかつB）

3　∨ ……………… or（A∨B＝AまたはB（両方共））

4　→ ……………… if（A→B＝AならばB wenn）

5　⇄ ………………同値（A⇄B＝AとBは同値である）

以上につづき次の段階として∀，∃が投入されるのが普通である。

∀………………すべて

∃………………存在する

また∨で両方共でなく二者拓一の場合は⊻などの記号が使われることがある。

述語・性質について

命題とは真または偽のいずれかに定っているもので，命題関数とは変数を含む命題で，関数が命題であるような関数をいう

そして命題函数F(x）を〈xはFである〉と読めばF(　）は……であるという部分に担当する。この意味でF(　）のことを「述語」(Predicate）という。

またF(x）を〈xはFという性質をもつ〉とも読めるのである。

そこで記号論理学に於ては概念とか条件とに言葉に対して，そんな言葉があっても，形式的に割切ってしまえば，結局述語とか性質を区別する必要がないと考えられる。この考えを続ければ性質のことを集合と呼ぶことさえできる。そして現代数学では考えうる集合を全部〈もの〉と考えることがある。

以上で記号論理学における「基本的表現」について述べたが基本的表現と操作と書き方の規則がその根本となっている。この書き方の規則において

ルカシェヴィチ体系　とか

ペアノーラッセルの体系

とかがありこれで表現がすっかり異った形式になってくる。

以上の書き方の規則には「括弧」とか「点」とかの部分があり，更に表現に対しては「表現ｘは形式的代表である」という概念と「表現ｘは実質的代表」であるという表現がある。

これは"犬"は名詞であるに対して〈犬という語は実質的代表で，普通名詞の大は形式的代表〉として「はっきり区別」するのである。

本論文ではこの書き方の規則から「別の記則」をもって，複雑な事象をより容易明確に表現しようというのであるが，これ迄完成された言明計算の１部，中でも真理値函数詞の展開について述べる。

先ずこの真理値函数詞の部分は，言明計算の部分に入っており，ドイツ語の"nicht〈ない〉"，"oder〈または〉"，"wenn……so〈もし………ならば〉"，"und〈そして〉"などに相当する函数詞による未分析の言明間の結合の理論を内容とする。このとき純粋に構文論的に定義することができる。あるいは意味論的に「言明」= df「ある事態を志向し，したがって真または偽である特性を得る言語表現」と定義することができる。

「真理値（Wharheitswert）= df「１または０」　これで１＝真，０＝偽と解釈される。

「Ｐ＝ｘ」=df「Ｐの真理値はｘである」

「Ｐ＝１」は「Ｐの真理値は真である」と読む。

否定　｛ｘ，ｙ｝はそのｘ，ｙが真理値によって置換される，単項函数詞を指示し，この単項函数詞は真理値が１の項に適用されるとき値ｘを生じ，０に適用されるとき値ｙを生ずる。

従って｛ｘ，ｙ｝1＝ｘおよび｛ｘ，ｙ｝0＝ｙ　このとき４つの単項真理値函数詞が成立つ。｛１，１｝，｛１，０｝，｛０，１｝，｛０，０｝があり一般に2^{2^n}個のｎ項真理値函数詞が存在する。従って$2^{2^1}=4$個のものが存在する。ここで最初の函数詞｛１，１｝はすべての言明が肯定されるので Tautologator と呼ばれ，｛０，０｝は１位の恒偽詞 Antilagotor と呼ばれる。

この中で　$\neg P$　（またはP）あるいは　ＮＰ＝ｄｆ｛０，１｝Ｐ

これは非Ｐと読む。この函数詞は否定詞 Negator といわれ，ある項へのその函数詞の適用を否定 Negation という。

そして偽なる言明の否定は真である。それは次のように表せる

P	$\neg P$
1	0
0	1

次に２項真理値函数詞については｛ｘ，ｙ，ｚ，ｔ｝は,そのｘ，ｙ，ｚ，ｔが真理値によって

置換される２項函数詞を表示し，この二項函数詞に対しては

もし p＝1 かつ q＝1 ならば　　　{x, y, z, t} pq＝x

〃 p＝1　〃 q＝0　〃　　　{x, y, z, t} pq＝y

〃 p＝0　〃 q＝1　〃　　　{x, y, z, t} pq＝z

〃 p＝0　〃 q＝0　〃　　　{x, y, z, t} pq＝t

以上を表で示すと

pq	{x, y, z, t} pq
11	x
10	y
01	z
00	t

{x, y, z, t} pz	1	0
1	x	y
0	z	t

ここで２項真理値函数詞は $2^{2^2}=16$ あり

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
p	q	V	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0

ここで大文字はルカシエヴィチの記号法に従っている。更に紹介すれば

この中で連言は　p・q　（または p & q, p and q, または p∧q あるいは

Kpq＝df {1, 0, 0, 0} pq）

p	q	p∧q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

短縮して

∧	1	0
1	1	0
0	0	0

これを p連言q（または「pかつq」）という。この函数詞は連言詞 Konjunktor と呼ばれており，その適用を連言 Konjunktion という。この連言は両項が真であるときのみ真である。他のすべての場合偽である。これは算術の乗法の表に等しい。

$1\times 1 = 1$

$1\times 0 = 0$

$0\times 1 = 0$

$0\times 0 = 0$

それ故，連言は論理積 Logisches Product とも言われる。

次に選言について述べる

p∨q またはＡpq ＝ｄｆ ｛1，1，1，0｝ pq

これは'p選言q'（あるいはpまたはq）と読む。この函数詞は選言詞 Disjunktor と呼びその適用を選言 Disjunktion を生ずる。この函数詞は日常語においては非排反的意味における「または」「あるいはまた」oder auch，ラテン語の vel に相当する。

選言はその項のうち少くとも１つが真であれば，真である。２つの項が偽である場合にのみ偽となる。

この場合は

1＋1＝2＝1（2はありえないので1とする）

1＋0＝1

0＋1＝1

0＋0＝0

そこでこのp∨q或はＡpqと型の表現を論理和という。

次に含意と逆含意

p→qあるいはＣpqあるいはＣpq＝ｄｆ｛1011｝pq

pq	p→q
11	1
10	0
01	1
00	1

短縮：

→	1 0
1	1 0
0	1 1

pはqを含意する＝pならばq。この函数詞は Implikator と呼ぶ。その適用は Implikation を生ずる。そして一般に「ａならばｂ」であるという複合命題を「内含命題」ともいう。

いまこれの真理表を研究するに，→の1，及び次の0までは常識的に解かり易い。そしてp→qにおいてpが偽であるときは意味をもたないと考える人が多いであろう。

しかしp→qが意味をもったり，もたなかったりでは，直偽の判断ができなくなり命題としての意味を失ってしまう。これでは論理系とはならなくなる。

このpが偽のときどのように考えたらよいかを考える。

所でこの辺の論理系を整理したものにドマーブルの定理がある。それによると

「pであってqということはない」と解すると

$p \to q = \overline{p \wedge q}$　と定めると定理により $\bar{p} \vee q$ となり，pが0であっても∨qと解せられて

01 ｜ 1　　と解することができる。

00 ｜ 1

かくてp→q＝｛1011｝pq　と解せられる。これの逆含意は

p←q＝｛1101｝pq　逆含意詞 Peplikator と呼ばれる。そして

$P \rightleftarrows q = p$ と q は同値　と解されている。

以上で記号論の初歩である $\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \rightleftarrows\}$ の集合が説明された。

これは全称記号∀と存在記号∃を加えて初歩の演習が行はれるのが普通である。

以上に対してよく用いられるものに

排反 $p \mid q = Dpq = df\{0\ 1\ 1\ 1\}\ pq$

「または」の二者択一（いずれか一方）は $JPq = df\{0\ 1\ 1\ 0\}\ pq$

などがあるが，他の記号は普通あまり扱われない。

以上前論叢の拙論のわかりにくい所は，可成説明せられたと思うが，後日更に詳説する機会があれば幸である。

ここで新しい部分は（3），（4），（5）の表現であり，他は現代記号論理学の基礎の紹介である。そして20世紀の現時点での状況は，アメリカは日本を最大の敵と見なし，民間，政府一体となって，日本の約百倍位の予算を組んで日本に協力を求めながら挑戦をいどんでおる。欧州はこの日米共同の最先端技術に対抗して，日本やアメリカの挑戦をバネとして，サッチャーの先端技術開発戦略で1500億円とミッテランの技術革新を含むＥＣ委員会の総合研究開発計画が老狳な考え方の下に巨大な予算を計上して，ＥＣの研究開発政策として，反攻に転じるスタートをした。

かくて世界は正に先端技術開発総力戦の時代に突入したのである。この中で日本はどう対処するのであるか？我が日本においてこれらの情報の中で，先端技術にのみ目を奪われて，社会集団の効率化そのものの基礎研究には気付いていないようである。民衆の総力をどう挙げるかを研究すべきであると考える。これに対しては社会生物学，生物社会学の基本からこれは研究すべきものと考える。このニュアンスは（1）式に表してある。