素粒子論とエネルギー保存則

田　島　徳　一

交換不可能な2つのエルミート・オペレーターより構成できるハミルトニアン $H = (F\ \ I)$ と，2N次元ベクトル $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_f \\ \psi_I \end{pmatrix}$ より，

$$H\Psi = \lambda\Psi$$

なる基礎方程式を導いた。

$$\Psi^*\Psi = \psi_f^*\psi_f + \psi_I^*\psi_I = 1$$

であり、付加条件

$$F^2 + I^2 = l \propto L^{-2}, \qquad l:\ \text{実数定数}$$

をつけると，電荷eと長さの量子Lの間に

$$e/L = \text{一定}$$

の関係が導ける。

素粒子が崩壊する際のエネルギー保存則は，粒子エネルギーと相互作用エネルギーとを，スカラーの成分ではなく，ベクトルの成分として取扱うのが，より適切であるように思われる。

表－1　新・旧理論の比較

新　理　論	旧　理　論
$H = (F\ I) : H^* = \begin{pmatrix} F \\ I \end{pmatrix} : H \neq H^*$ $F = F^*,\ \ I = I^* : F^2 + I^2 = l,\ \ F \rlap{\times}\vee I$ $F\Psi_f = m\Psi_f,\ \ I\Psi_I = n\Psi_I$ **固有値問題：**　$H\Psi = \lambda\Psi$ $\Psi_i = \begin{pmatrix} \psi_{fi} \\ \psi_{Ii} \end{pmatrix}$ ：〔1行×2N列〕ベクトル $\Psi^*_i\Psi_j = \psi^*_{fi}\psi_{fj} + \psi^*_{Ij}\psi_{Ij} = \delta_{ij} \quad < \begin{matrix} i = j \to 1 \\ i \neq j \to 0 \end{matrix}$ $\lambda = (m\ n)$ ：ベクトル **ベクトル的エネルギー保存則**	$H_c = F + I : H_c^* = F + I : H_c = H_c^*$ $F = F^*,\ \ I = I^*$ $\times$ **固有値問題：**　$H_c\Psi_c = \lambda_c\Psi_c$ $\Psi_c = (\psi_c)$ ：〔1行×N列〕ベクトル $\Psi^*_{ci}\Psi_{cj} = \delta_{ij}$ λ_c ：スカラー実定数 **スカラー的エネルギー保存則**

§. 1　序　　　論

超高エネルギー粒子を素粒子へぶつけ，構造粒子をたゝき出せば，その構成がわかるだろうという実験は不成功であった。原子のときとちがい崩壊が生じてしまうからである。しかし，相互作用の状態でエネルギーが個々の素粒子として物質化される"仕組み"を知るための多くの事実

を知ることが出来た。

何等かの“仕組み”でエネルギーという基礎素材は，その存在を認知される素粒子——多形態の素粒子——に変ると考えられる。だから，素粒子の構造や，それら素粒子間の相互作用の性質を考えるほかに，この多様な形態を生みだす“仕組み”を——長さの次元をもった量子を含む——理論として法則化した方が良いように思われる。この解決には，相互作用の取扱い形式が欠除している従来の理論は全く適していない。

研究の進歩は，質量・荷電・スピン偶奇性・重（軽）粒子数・アイソスピン・ストレンジネス……など数多くの対称性を教えた。しかも，それらは，今の理論の基礎が出来た時代とは比較にならぬほど多い。何等かの理論の拡張を自然に付加させることも必要になる。

また，完全な素粒子論には，素粒子の相互作用を従属的に取扱うことなく，相互作用そのもの，従って，それより生ずる素粒子の存在

（エネルギー　＝　物質の安定性）……………………………（1－1）

と，素粒子の性質を理論自身の中から導きだす基礎方程式がなければならない。

素粒子を説明するための基礎素材で，現在考えられているのは，“物質粒子”——電子……と，“相互作用”——重力・電磁力……とである。数多くの素粒子を整理することや，四種の相互作用を統合する，いろいろな試みの発展が目ざましいのに反して，この二つの基礎素材の関連については，全く吟味されたことはない。孤立した粒子であれ，相互作用している粒子の集団であれ，相互作用のあるなしを，ひっくるめた一種類の固有状態と，その線型結合によって表現される基礎方程式で論じているにすぎない。

すべての素粒子が，あたかも原子の周期表の如く，少数の素粒子間のある組合せで完全に説明でき，それらの相互作用も，重力をも含めて，すべてを統一した素相互作用と，それより導かれる規則とで，その仕組みがわかったとする。素粒子の究極理論は，このエッセンス粒子と素相互作用を使って，場の量子論の四次元時空空間の枠内で完成させうるだろうか。この道筋には，前述の二つの素材，粒子と相互作用エネルギーの関連——物質の安定性（1－1）——を説明しようとする考えは見当らない。崩壊そのもの，すなわち，物質の安定性そのものの仕組みを考える必要がある。対応的に言えば，素粒子研究の現況は，スペクトルを系列的に分析していた時代に似ている。それは，ボァーの原子論という大飛躍が生まれる前夜にあたるにすぎないのではあるまいか。

粒子と波が同一であるという表現がなされている。

$$E = h\nu \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1-2)$$

この式は，粒子という存在と，波という存在が必要であり，その両者の関係を述べているとも考えられる。今の理論には，自由粒子のハミルトニアンと，相互作用のハミルトニアンとがあり，その両者が交換不可能であれば，こうした二者の存在を認めたことに外ならない。近似的な方法による解法（摂動論等）に，たよると，たよらないとに拘らず，“物質”に対応する状態と，“相

互作用のエネルギー″に対応すべき状態とが存在し，この両者の同時的な —— 不確定性原理的な —— 決定が不可能であれば，この両者間の関係を考えてもよさそうである。それが，とりもなおさず，物質の安定性を考えることになる。

こうした考え方に従えば，素粒子が崩壊する現象がともなう際には，粒子のハミルトニアンと相互作用のハミルトニアンとを，スカラーの成分としてではなく，ベクトルの成分として取扱うのが，より適切であるように思われる。

§. 2　新しいハミルトニアン：H＝(F I)

場のハミルトニアンHは，場の量である一般化座標φ，および，一般化運動量πの関数であるハミルトニアン密度 $\mathfrak{H}$ を用いて

$$H=\int \mathfrak{H}(\varphi,\pi)dxdydz \quad \cdots\cdots (2-1)$$

で示される。

φ，π　の間には

$$\varphi_i \not\vee \pi_i,\ \ \varphi_i \vee \varphi_j,\ \ \pi_i \vee \pi_j \qquad (\vee：交換可能記号)：\ \varphi\pi-\pi\varphi \neq 0 \quad \cdots\cdots (2-2)$$

なる関係が存在する。

Hは，一般に2つの正方マトリックス

$$\left.\begin{array}{ll} 自由粒子のハミルトニアン； & F=F^{*}\ （エルミート）^{*1} \\ 相互作用のハミルトニアン； & I=I^{*}\ （エルミート）^{*2} \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots (2-3)$$

の組合せで示される。(かゝるF，Iを要素マトリックス（Element Matrix）と呼ぶことにする。これは，F－要素（F－Element）と，I－要素（I－Element）とよりなる。)

（2－1）式に対応して

$$\left.\begin{array}{l} F=\int \mathfrak{F}(\varphi,\pi)dxdydz=F(\varphi,\pi)\ =F \\ I=\int \mathfrak{I}(\varphi,\pi)dxdydz=I(\varphi,\pi)\ =I \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots (2-4)$$

である。

（2－2）式により，F，Iは交換不可能

$$FI-IF \neq 0 \quad \cdots\cdots (2-5)$$

となり，FとIとの間には，一般に

$$g(F,\ I)=0 \quad 又は，\ f(H,\ H^{*})=0 \quad \cdots\cdots (2-6)$$

なる関係が存在する。

（2－4）式で定義されたFおよびIは，それぞれ実数m，nを使った

※1　F，Iに対応する固有ベクトルを，それぞれψ_f，ψ_Iとすると，後述のように

$$\psi_{fi}^{*}\psi_{fi}=0,\ \psi_{fi}^{*}\psi_{fj}\neq 1\ ：\ \psi_{Ii}^{*}\psi_{Ii}=0,\ \psi_{Ii}^{*}\psi_{Ij}\neq 1 \quad \cdots\cdots (※2-1)$$

※2　$I^{*}=I$ の条件をはずすことも可能である。

$$\begin{cases} F\psi_f = m\psi_f & : \ \psi_f は〔1行×N列〕ベクトル \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-7) \\ I\psi_I = n\psi_I & : \ \psi_I は〔1行×N列〕ベクトル \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-8) \end{cases}$$

なる関係を満足する。ψ_fとψ_Iは，（2－5）式より同一ベクトルではない。

さて，$F=F^*$，$I=I^*$なる$F(\varphi,\pi)$，$I(\varphi,\pi)$が（2－2）式から交換不可能であっても

$$ハミルトニアン = H_c = F+I \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-9)$$

は

$$(F+I) = (F+I)^* \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-10)$$

なるエルミート条件を*3満足するように作ることは可能である。

しかし，もし

$$(F+I)\Psi_c = \lambda_c\Psi_c \quad : \ \Psi_c は〔1行×N列〕ベクトル \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-11)$$

を満足し，

$$\lambda_c = \lambda_{c1} + \lambda_{c2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-12)$$

のλ_{c1}を，Fの固有値にとると（$\lambda_{c1}=m$），

$$(F+I)\Psi_c = \lambda_c\Psi_c = (\lambda_{c1}+\lambda_{c2})\Psi_c = F\Psi_c + I\Psi_c = \lambda_{c1}\Psi_c + \lambda_{c2}\Psi_c \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-13)$$

すなわち

$$F\Psi_c = \lambda_{c1}\Psi_c \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-14)$$

にとりうるから，いま一つは

$$I\Psi_c = \lambda_{c2}\Psi_c \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-15)$$

である。これは，交換不可能（F ⋈ I）なるF，Iの固有値問題を同じ固有ベクトルΨ_cで解きうることになり，（2－7）式，（2－8）式と矛盾する。従って，H_cは一般にはFとIとの単なる和，以外の組合せになっていなければならない。

また，たとえ摂動論を利用して

$$(F+I)\Psi_c' \fallingdotseq \lambda_c'\Psi_c' \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-16)$$

なる近似解が導かれうるとしても，（2－11）式は，純粋なる自由粒子部分（2－7）式や，純粋なる相互作用部分（2－8）式と（自由粒子＋相互作用）部分（2－11）式が，同じ型の理論で説明でき，従って，自由粒子部分のみと，相互作用部分のみが，共に絶対的に存在しうることを意味する*1全系と個々の系とを区別する，すなわち，F又はIと，F＋Iとの2つの系を区別させうる理論がのぞましい。こうした試として

$$S = F + iI, \qquad i = \sqrt{-1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-17)$$

を考える。これも，FとIとが交換可能：　$FI-IF=0$，

または，

$$SS^* = S^*S = F^2 + I^2 \ (エルミートを含むノルマル条件)^{*4} \quad \cdots\cdots (2-18)$$

でなければ固有値問題はできない。*5（条件（2－6）式と矛盾）

※3　ノルマル・オペレーターまではよい。$(F+I)(F+I)^* = (F+I)^*(F+I)$ ……………………（※2－2）

※4　FF, II, FFF, ……をF^2, I^2, F^3……と書く。

※5　一般には，$SS^*=S^*S=F^2+I^2=\mathit{l}$ で，$\mathit{l}=1$がユニタリー・オペレーターになる。

マトリックスと数とを区別するために

$\left.\begin{array}{l} \mathit{i,\ 0,\ 1,}\cdots\cdots（イタリック文字）を数 \\ \mathrm{i,\ 0,\ 1,}\cdots\cdots（普通文字）をマトリックス \end{array}\right\}$ とする。

$$\mathrm{T}=\begin{pmatrix}\mathrm{F} & -\mathrm{I}\\ \mathrm{I} & \mathrm{F}\end{pmatrix} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2\text{-}19)$$

にすると，こうした問題はもっとむづかしい。結局，

$\mathrm{F} \vee\!\!\!\times \mathrm{I}$ なる条件がつくと，もはや，$\mathrm{H_c}$，S，T　はオブザーバブルには適しない。

そこで，次の様なノン•エルミート(Non-Hermite)：エルミートでないものすべてをさす：の長方マトリックスで示されるオペレーターを新しく導入する。

$$\mathrm{H}=(\mathrm{F}\ \mathrm{I}) \quad 或は,\quad \mathrm{H}^{*}=\begin{pmatrix}\mathrm{F}\\ \mathrm{I}\end{pmatrix} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2\text{-}20)$$

かゝるオペレーターをベクトル•オペレーター（Vector Operator）又は，ベクトル•オブザーバブル（Vector Observable）と呼ぶことにする。[*6]

従来のオブザーバブルとの関連は，次のベクトル・オペレーター（単位V．O．と呼ぶ。）

$$(1\ 1),\ (1\ 0),\ (0\ 1) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2\text{-}21)$$

を使用して

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{F}+\mathrm{I}&=(\mathrm{F}\ \mathrm{I})\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\\ \mathrm{F}&=(\mathrm{F}\ \mathrm{I})\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\\ \mathrm{I}&=(\mathrm{F}\ \mathrm{I})\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\\ 0&=(\mathrm{F}\ \mathrm{I})\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}\end{aligned}\right\} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2\text{-}22)$$

$$\mathrm{F}+i\ \mathrm{I}=(\mathrm{F}\ \mathrm{I})\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2\text{-}23)^{*7}$$

で示される。すなわち，正方マトリックスF，I，F＋I，F＋i Iは　H＝（F I）　に単位V．O．を乗ずることによって表わせる。

正方マトリックスのオペレーター＝V．O.×単位V．O．[*8] ……………… （2－24）

※6　ベクトル・オペレーターを，これからV. O. と略記する。

ベクトル・オブザーバブルとは，$g(\mathrm{F},\mathrm{I})=0$：　$(\mathrm{F} \vee\!\!\!\times \mathrm{I})$

例えば，　　$\mathrm{F}^2+\mathrm{I}^2=l$，　l：実数定数：（1－1）式に相当する条件

を満足するベクトル・オペレーター H＝（F　I）である。

※7　（1 i）は，ベルトル・オペレーターではない。が，一応，単位 V. O. に含ませておく。

$i^{*}=-i$ による。

※8　F－I，－F，－I，F－iI などの関係も考えられろ。また，スカラー$z=a+ib$ に対応するマトリックス T，

$$\mathrm{T}=\begin{pmatrix}\mathrm{F} & -\mathrm{I}\\ \mathrm{I} & \mathrm{F}\end{pmatrix}$$

は

$$\begin{pmatrix}\mathrm{F} & -\mathrm{I}\\ \mathrm{I} & \mathrm{F}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}(\mathrm{F}\ -\mathrm{I})+\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}(\mathrm{I}\ \mathrm{F}) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (※2\text{-}3)$$

である。このTを，複雑なノン・エルミート　オペレターの実例として取扱っている。

（２-22）式，および（２-10）式を使って

$$[(F\ I)\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}]^* = (F\ I)\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-25)$$

となり，エルミート条件を満足させうる。

一方，Ｆ＋i Ｉは

$$(F + i\ I)^* = F - i\ I \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-26)$$

$$[(F\ I)\begin{pmatrix}1\\i\end{pmatrix}]^* = (1\ -i)\begin{pmatrix}F\\I\end{pmatrix} = (F\ I)\begin{pmatrix}1\\-i\end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2-27)$$

で，ノン・エルミート　オペレーターである。

前にも述べたごとく，このＦ＋i Ｉなるオペレーターも，付７の新しい要求[※1,付7]———絶対系がない———を満足するオペレーターではあるが，固有値問題その他の理論作成上の多くの困難がある等の，（２-22）式グループと根本的なちがいがある。それは，Ｆ＋Ｉ，……とＦ＋i Ｉとは（ＦＩ）を通じてつながってはいるが，単位Ｖ．Ｏ．とＶ．Ｏ．ではない（１ ｉ）とを乗ずるという根本的なちがいがあることに対応する。

（２-１）式，（２-４）式，（２-２０）式により

$$\int \mathfrak{H}(\varphi,\ \pi)dxdydz = (\int \mathfrak{F}\,dxdydz \quad \int \mathfrak{I}\,dxdydz) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-28)$$

が導かれる。

この議論では，すべてハミルトニアンを対象とした。物理的解釈が理解しやすいと言うことだけで選んだので，同じことは，ラグランジアン等，ほかの物理量でも通用する。

§．３　ベクトル・オペレーター（Ｖ．Ｏ．）：Ｈ

$$H = (F\ I) \quad : \quad F = F^*,\ \ I = I^* \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-1)$$

で定義されたハミルトニアンの性質を考えるために，３つのＶ．Ｏ．

$$\left.\begin{array}{lll} A = (A_1\ A_2), & B = (B_1\ B_2), & C = (C_1\ C_2) \\ A^* = \begin{pmatrix}A_1\\A_2\end{pmatrix}, & B^* = \begin{pmatrix}B_1\\B_2\end{pmatrix}, & C^* = \begin{pmatrix}C_1\\C_2\end{pmatrix} \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-2)$$

を考える。こゝで

$A_1 \between A_2$，$A_1 = A_1^*$，$A_2 = A_2^*$：$B_1 \between B_2$，$B_1 = B_1^*$，$B_2 = B_2^*$：$C_1 \between C_2$，$C_1 = C_1^*$，$C_2 = C_2^*$

である。

$$A + B = (A_1 + B_1\quad A_2 + B_2) \quad : \quad A + B \text{ もＶ．Ｏ．} \quad \cdots\cdots\cdots (3-3)$$

と定めると

$$A + B = B + A \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-4)$$

$$(A + B) + C = A + (B + C) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-5)$$

である。 V. O. の乗法は

$$AB = \text{不可能} \qquad \cdots\cdots (3-6)$$

$$AB^* = (A_1\ A_2)\begin{pmatrix}B_1\\B_2\end{pmatrix} = A_1B_1 + A_2B_2 = \text{通常のオペレーター} \qquad \cdots\cdots (3-7)$$

$$A^*B = \begin{pmatrix}A_1\\A_2\end{pmatrix}(B_1\ B_2) = \begin{pmatrix}A_1B_1 & A_1B_2\\A_2B_1 & A_2B_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}V.O.\\V.O.\end{pmatrix} = (V.O.^*\ V.O.^*) \qquad \cdots\cdots (3-8)$$

$$\begin{pmatrix}A\\B\end{pmatrix}C^* = \begin{pmatrix}A_1 & A_2\\B_1 & B_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}C_1\\C_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}A_1C_1+A_2C_2\\B_1C_1+B_2C_2\end{pmatrix} = V.O. \qquad \cdots\cdots (3-9)$$

$$A\begin{pmatrix}B\\C\end{pmatrix} = (A_1A_2)\begin{pmatrix}B_1 & B_2\\C_1 & C_2\end{pmatrix} = (A_1B_1+A_2C_1\quad A_1B_2+A_2C_2) = V.O. \qquad \cdots\cdots (3-10)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

である。m, nをスカラー数とするとき

$$(mn)A^* = (mn)\begin{pmatrix}A_1\\A_2\end{pmatrix} = mA_1+nA_2 \qquad \cdots\cdots (3-11)$$

と定められるが，(mn)A, mA 等は，不可能である。

従って，3つ以上のV. O. の乗法，及び，その結合，分配則は複雑である。*1

O-オペレーター，または，単位オペレーターに相当するものをV. O. で求めることは出来ない。それに近い

$$U = \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix} \quad : \quad \text{V. O. に対する単位} \qquad \cdots\cdots (3-12)$$

をとると

$$\left.\begin{array}{l}AU = A\\UA^* = A^*\end{array}\right\} \qquad \cdots\cdots (3-13)$$

また，

$$O = \begin{pmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{pmatrix} \quad : \quad \text{V. O. に対する O} \qquad \cdots\cdots (3-14)$$

をとると

$$\left.\begin{array}{l}AO = O\\OA^* = A^*\end{array}\right\} \qquad \cdots\cdots (3-15)$$

となる。

（2-22）で示した如く，オペレーターは，1つのV. O. H=(F I)に，

$$(1\ 1),\ (0\ 0),\ (1\ 0),\ (0\ 1) \qquad \cdots\cdots (3-16)$$

の単位 V. O.（および（1 i），…）を適当に乗ずることによって導き出すことが出来た。

いま2つの V. O.　$A=(A_1\ A_2)$，$B=(B_1\ B_2)$　をとり

$$A_1 \vee B_1, \quad A_2 \vee B_2 \qquad \cdots\cdots (3-17)$$

ならば，

$$\left[(A_1A_2)\begin{pmatrix}B_1\\B_2\end{pmatrix}\right]^* = \begin{pmatrix}B_1\\B_2\end{pmatrix}^*(A_1A_2)^* = (B_1B_2)\begin{pmatrix}A_1\\A_2\end{pmatrix} = B_1A_1+B_2A_2 \qquad \cdots (3-18)$$

$$(A_1\ A_2)\begin{pmatrix}B_1\\B_2\end{pmatrix} = A_1B_1+A_2B_2 = B_1A_1+B_2A_2 \qquad \cdots\cdots (3-19)$$

より

$$\left[(A_1A_2)\begin{pmatrix}B_1\\B_2\end{pmatrix}\right]^* = (A_1A_2)\begin{pmatrix}B_1\\B_2\end{pmatrix} \qquad \cdots\cdots (3-20)$$

※1　必要に応じて上式を利用すれば充分である。

であり
$$(B_1B_2)\begin{pmatrix}A_1\\A_2\end{pmatrix}=(A_1A_2)\begin{pmatrix}B_1\\B_2\end{pmatrix}\quad\cdots\cdots\quad(3\text{-}21)$$

となる。従って，（3-16）式のV.O.および（1 i）……は，すべてのV.O.に対して（3-17）式の関係を満足するから

$$\left.\begin{array}{l}F+I=(F\ I)\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=(1\ 1)\begin{pmatrix}F\\I\end{pmatrix}\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\end{array}\right\}\quad\cdots\cdots\quad(3\text{-}22)$$

の関係が，F＋i Iを除く（2-22）式のすべてに存在する。

（3-16）式と（1 i）の間にも

$$\left\{\begin{array}{ll}(1\ 0)\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=(0\ 1)\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=(1\ i)\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=\cdots\cdots=1: & \text{単位オペレーター}\\ \cdots\cdots\cdots\cdots & \\ (1\ i)\begin{pmatrix}1\\i\end{pmatrix}=(0\ 1)\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=O\quad: & O-\text{オペレーター}\\ \cdots\cdots\cdots\cdots & \end{array}\right.\quad\cdots\cdots(3\text{-}23)$$

等の各種関係が存在する。これらの関係を利用すれば，

$$T=\begin{pmatrix}F&-I\\I&F\end{pmatrix}\quad\cdots\cdots\quad(3\text{-}24)$$

は，
$$T=\begin{pmatrix}F\\I\end{pmatrix}(1\ 0)+\begin{pmatrix}-I\\F\end{pmatrix}(0\ 1)\quad\cdots\cdots\quad(3\text{-}25)$$

で表わされる。また，
$$(F\ I)^*=\begin{pmatrix}F\\I\end{pmatrix},\quad (F\ I)^{\diamond}=(I\ F)^*=\begin{pmatrix}I\\F\end{pmatrix}\quad\cdots\cdots\quad(3\text{-}26)$$

を利用すれば，（2-6）式のg(F，I)の具体例を

$$F^2+I^2=(F\ I)\begin{pmatrix}F\\I\end{pmatrix}=HH^*\quad\cdots\cdots\quad(3\text{-}27)$$

$$F^2-I^2=(F\ I)\begin{pmatrix}F\\-I\end{pmatrix}=(F\ -I)\begin{pmatrix}F\\I\end{pmatrix}=(F\ \ iI)\begin{pmatrix}F\\iI\end{pmatrix}\ ^{*2}_{*3}\quad\cdots\cdots\quad(3\text{-}28)$$

※2　H, S, T のどれをとっても，
$$F^2-I^2=0\longrightarrow F=\pm I\quad:\quad F^2+I^2=0\longrightarrow F=\pm iI\quad\cdots\cdots\quad(※3\text{-}1)$$
より，
$$F^2\pm I^2=\text{定数}\quad\cdots\cdots\quad(※3\text{-}2)$$
のみが g (F, I)＝0として考えればよい。

※3　関係式（※3-2）式
$$F^2+I^2=l\quad:\quad l\text{は実数定数}\quad\cdots\cdots\quad(※3\text{-}3)$$
は，簡単に
$$HH^*=l\quad\cdots\cdots\quad(※3\text{-}4)$$
で示しうる。

一般に，f (S, S*)＝0の関係で $F^2\pm I^2$, FI±IF の関係を関係づけるのは複雑になる。

また，物理的には不適当な関係式 FI−IF＝0であれば，S＝F＋iI および $T=\begin{pmatrix}F&-I\\I&F\end{pmatrix}$ は，ノルマル・オペレーターになる。

$$SS^*=S^*S=F^2+I^2,\quad TT^*=T^*T=\begin{pmatrix}F^2+I^2&0\\0&F^2+I^2\end{pmatrix}\quad\cdots\cdots\quad(※3\text{-}5)$$

V.O.H では
$$HH^{\diamond}=FI+IF\quad\cdots\cdots\quad(※3\text{-}6)$$
とHH* 以外は複雑である。(付参照)。

$$\mathrm{FI} + \mathrm{IF} = (\mathrm{F}\ \mathrm{I})\begin{pmatrix}\mathrm{I}\\ \mathrm{F}\end{pmatrix} = (\mathrm{F}\ \mathrm{I})(\mathrm{F}\ \mathrm{I})^{\star} = \mathrm{HH}^{\star} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3\text{-}29)$$

$$\mathrm{FI} - \mathrm{IF} = (\mathrm{F}\ \mathrm{I})\begin{pmatrix}\mathrm{I}\\ -\mathrm{F}\end{pmatrix} = (\mathrm{F}\ i\mathrm{I})\begin{pmatrix}\mathrm{I}\\ i\mathrm{F}\end{pmatrix} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3\text{-}30)$$

………………………………

の如く，簡単に表わしうる。

V．O．H＝(F I)は，物理的には，FとIとをベクトルの如く，独立（直交的）に取扱うことになり，F＋IのF，Iを同等に（直線的）にスカラーとして取扱うのとは異なる。[*4]

新しいベクトル・オブザーバブル

$$\mathrm{H} = (\mathrm{F}\ \mathrm{I})$$

の，$\mathrm{F} = \mathrm{F}^{*}$と，$\mathrm{I} = \mathrm{I}^{*}$とは

$$g(\mathrm{F},\ \mathrm{I}) = 0 : \mathrm{F} \vee\!\!\!\!\times \mathrm{I}$$

を満足する。 ……………………（3-31）

§．4　ベクトル：Ψ

4－1　ベ　ク　ト　ル

V．O．H＝(F I)に対応するベクトル Ψ,

$$\Psi = \begin{pmatrix}\psi_{\mathrm{f}}\\ \psi_{\mathrm{i}}\end{pmatrix} \quad :〔1行\times 2\,\mathrm{N}列〕^{*1} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4\text{-}1)$$

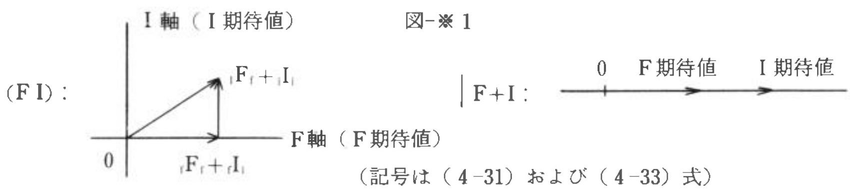
を考える。こゝでψ_{f}，ψ_{i}

$$\psi_{\mathrm{f}} = \begin{pmatrix}\psi_{\mathrm{f}1}\\ \psi_{\mathrm{f}2}\\ \vdots\\ \psi_{\mathrm{f}\mathrm{N}}\end{pmatrix} :〔1行\times\mathrm{N}列〕, \quad \psi_{\mathrm{i}} = \begin{pmatrix}\psi_{\mathrm{i}1}\\ \psi_{\mathrm{i}2}\\ \vdots\\ \psi_{\mathrm{i}\mathrm{N}}\end{pmatrix} :〔1行\times\mathrm{N}列〕\cdots\cdots (4\text{-}2)$$

を，N次元ベクトルとすると，Ψは2N次元のベクトルである。

※4

図-※1



（記号は（4-31）および（4-33）式）

F+Iは，F, Iが同時測定可能な表現であるに対し，(F I)は，同時測定不可能な表現になっている。

※1　$\Psi' = \begin{pmatrix}\psi_{\mathrm{f}} & 0\\ 0 & \psi_{\mathrm{i}}\end{pmatrix}$と定義しても，同じ様な議論が可能であるが，Ψ′をベクトルとは考えにくい。

従って，Ψは２Ｎ次元の普通のベクトルである。その数学的性質は，すべて普通のベクトルと同じと考えてよい。

次に正規直交化の問題を考える。

$$\Psi^{*}=(\psi_r^{*}\psi_i^{*}) \qquad \cdots\cdots (4-3)$$

$$\Psi^{*}\Psi=(\psi_r^{*}\psi_i^{*})\begin{pmatrix}\psi_r\\ \psi_i\end{pmatrix}=\psi_r^{*}\psi_r+\psi_i^{*}\psi_i \qquad \cdots\cdots (4-4)$$

ただし，

$$(\psi_r^{*}\psi_i^{*})=(\psi_{r1}^{*}\psi_{r2}^{*}\cdots\psi_{rN}^{*}\psi_{i1}^{*}\psi_{i2}^{*}\cdots\psi_{iN}^{*}) \qquad \cdots\cdots (4-5)$$

である。

$$\Psi^{*}\Psi=1 \qquad \cdots\cdots (4-6)$$

ならば

$$\psi_r^{*}\psi_r+\psi_i^{*}\psi_i=1 \qquad \cdots\cdots (4-7)$$

である。従って

ψ_rを直交系で$\psi_r^{*}\psi_r=1$　かつ　ψ_iを直交系で$\psi_i^{*}\psi_i=1$　……（4-8）

とすることは不可能であり

$$\begin{cases}\psi_r^{*}\psi_r=1\ \text{とすると}\quad \psi_i^{*}\psi_i=0 & \cdots\cdots (4-9)\\ \psi_i^{*}\psi_i=1\ \text{とすると}\quad \psi_r^{*}\psi_r=0 & \cdots\cdots (4-10)\end{cases}$$

となる。一般には

$\psi_r^{*}\psi_r$も$\psi_i^{*}\psi_i$も１ではない。※2　……（4-11）

一方

ψ_rが真交系で，ψ_iが直交系　……（4-12）

にとりうるならば，（4-4）式より

$$\Psi_i^{*}\Psi_j=0 \qquad \cdots\cdots (4-13)$$

と直交系になる。

> 新しいベクトルΨ，
>
> $$\Psi=(\psi_r\psi_i)$$
>
> は，
>
> $$\Psi_i^{*}\Psi_j=\delta_{ij}\quad < \begin{matrix} i=j\longrightarrow 1\\ i\neq j\longrightarrow 0\end{matrix}$$
>
> を満足する。

……（4-14）

ψ系のψ_r，ψ_iは独立にでも，また同時にでも直交系にとれるが，同時の規格化は出来ない。Ψ系が規格化系であれば，ψ系は

$\psi_r^{*}\psi_r+\psi_i^{*}\psi_i=1$　　の関係にある。

※2　$\psi_r^{*}\psi_i$，$\psi_i^{*}\psi_r$についても考えることは出来る。

4－2　HとΨの間の関係

$$H\Psi=(F\ I)\begin{pmatrix}\psi_r\\ \psi_i\end{pmatrix}=F\psi_r+I\psi_i \quad \cdots\cdots (4-15)$$

でV．O．とベクトルの積は定義される。

$F\psi_r$なる状態は

$$(F\ I)\begin{pmatrix}\psi_r\\ 0\end{pmatrix}=F\psi_r \quad \cdots\cdots (4-16)$$

$$(F\ 0)\begin{pmatrix}\psi_r\\ \psi_i\end{pmatrix}=F\psi_r \quad \cdots\cdots (4-17)$$

の２様の方程式で示しうる。[*3]

同じことは，$I\psi_i$についても考えられる。

$$(F\ I)\begin{pmatrix}0\\ \psi_i\end{pmatrix}=I\psi_i \quad \cdots\cdots (4-18)$$

$$(0\ I)\begin{pmatrix}\psi_r\\ \psi_i\end{pmatrix}=I\psi_i \quad \cdots\cdots (4-19)$$

すなわち，（４－15）式のＨの中で，

$$\begin{cases} F=0 \longrightarrow \psi_i\text{は自由} & \cdots\cdots (4-20)\\ I=0 \longrightarrow \psi_r\text{は自由} & \cdots\cdots (4-21)\end{cases}$$

にとりうる。

$$(F\ I)\begin{pmatrix}\psi_r\\ \psi_i\end{pmatrix}=F\psi_r+I\psi_i \quad \cdots\cdots (4-22)$$

より，Ｖ．Ｏ．は，２つの独立なψ_r，ψ_iを１つの状態にまとめる作用をしていることがわかる。[*4]

ψ_r，ψ_iは独立であり，（４－６），（４－７）式と，今１つの条件，例えば

$$HH^*=F^2+I^2 \quad \cdots\cdots (4-23)$$

が，この両者を関係づけるものと考えられる。

また，Ｈは線型（**Linear**）である。：

$$H(\Psi+\Psi')=H\Psi+H\Psi' \quad \cdots\cdots (4-24)$$

$$H(\Psi+\Psi')=(F\ I)\left[\begin{pmatrix}\psi_r\\ \psi_i\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\psi_r'\\ \psi_i'\end{pmatrix}\right]=(F\ I)\begin{pmatrix}\psi_r+\psi_r'\\ \psi_i+\psi_i'\end{pmatrix}=F(\psi_r+\psi_r')+I(\psi_r+\psi_r') \quad \cdots\cdots (4-25)$$

$$H\Psi+H\Psi'=(F\ I)\begin{pmatrix}\psi_r\\ \psi_i\end{pmatrix}+(F\ I)\begin{pmatrix}\psi_r'\\ \psi_i'\end{pmatrix}=(F\psi_r+I\psi_i)+(F\psi_r'+I\psi_i')$$
$$=F(\psi_r+\psi_r')+I(\psi_i+\psi_i') \quad \cdots\cdots (4-26)$$

※３　（４－16）式と（４－17）式の区別は，ベクトルの性質で可能である。§．５で述べる。

※４　$\begin{pmatrix}f_1 & f_2\\ f_3 & f_4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}X_1\\ X_2\end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix}i_1 & i_2\\ i_3 & i_4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y_1\\ y_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}Y_1\\ Y_2\end{pmatrix}$ ならば，$\cdots\cdots$（※４－１）

$$\begin{pmatrix}f_1 & f_2 & i_1 & i_2\\ f_3 & f_4 & i_3 & i_4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ y_1\\ y_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}X_1+Y_1\\ X_2+Y_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}Z_1\\ Z_2\end{pmatrix} \quad \cdots\cdots (※4-2)$$

$$\Psi_c^*(F+I)\Psi_c=\Psi_c^*F\Psi_c+\Psi_c^*I\Psi_c \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (4\text{-}27)$$

なる演算に対応する

$$\Psi^*H\Psi=\Psi^*(F\ I)\Psi \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (4\text{-}28)$$

は不可能で

$$\left.\begin{array}{lcl} \psi_f^*H\Psi & \text{或は} & \psi_i^*H\Psi \\ \Psi^*H\psi_f & \text{或は} & \Psi^*H\psi_i \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (4\text{-}29)$$

の関係が（4-27）式に対応するものになる。

いま，Ψ状態のHがψ_f状態になる期待値は

$$\psi_f^*H\Psi=\psi_f^*F\psi_f+\psi_f^*I\psi_i\equiv{}_fF_f+{}_fI_i \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (4\text{-}30)$$

となる。こゝで${}_fF_f$，${}_fI_i$は

$$\left.\begin{array}{ll} {}_fF_f\equiv\psi_f^*F\psi_f: & \text{F}\text{が}\psi_f\text{状態にある期待値。} \\ {}_fI_i\equiv\psi_f^*I\psi_i: & \text{I}\text{が}\psi_i\text{状態から}\psi_f\text{状態へ移る期待値（IがFへゆく確率）。} \end{array}\right\}\cdots\quad(4\text{-}31)$$

を示す。${}_fF_i$または${}_fI_f$は表われない。それに，これらの量の物理的解釈はむづかしい。

同じ様に，Ψ状態のHがψ_i状態になる期待値は

$$\psi_i^*H\Psi=\psi_i^*F\psi_f+\psi_i^*I\psi_i\equiv{}_iF_f+{}_iI_i \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (4\text{-}32)$$

となる。こゝで${}_iF_f$，${}_iI_i$は

$$\left.\begin{array}{ll} {}_iF_f\equiv\psi_i^*F\psi_f: & \text{F}\text{が}\psi_f\text{状態から}\psi_i\text{状態へ移る期待値（FがIへゆく確率）。} \\ {}_iI_i\equiv\psi_i^*I\psi_i: & \text{I}\text{が}\psi_i\text{状態にある期待値。} \end{array}\right\}\cdots\quad(4\text{-}33)$$

を示す。${}_iF_i$または${}_iI_f$は，やはり表われないし，解釈もつけにくい。[*5]（ただし，$\psi_f^*\psi_f$，$\psi_i^*\psi_i$が規格化されているかどうかは注意する必要がある。）

$$H^T=(I\ F),\qquad \Psi^T=\begin{pmatrix}\psi_i\\ \psi_f\end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (4\text{-}34)$$

で定義したとき

$$\psi_f^*H^T\Psi=\psi_f^*I\psi_f+\psi_f^*F\psi_i,\qquad \psi_i^*H^T\Psi=\psi_i^*I\psi_f+\psi_i^*F\psi_i \quad \cdots\cdots \quad (4\text{-}35)$$

$$\psi_f^*H\Psi^T=\psi_f^*F\psi_i+\psi_f^*I\psi_f,\qquad \psi_i^*H\Psi^T=\psi_i^*F\psi_i+\psi_i^*I\psi_f \quad \cdots\cdots \quad (4\text{-}36)$$

で，当然ではあるが，物理的な意味がつけにくい。また

$$\psi_f^*H^T\Psi^T=\psi_f^*I\psi_i+\psi_f^*F\psi_f,\qquad \psi_i^*H^T\Psi^T=\psi_i^*I\psi_i+\psi_i^*F\psi_f \quad \cdots\cdots \quad (4\text{-}37)$$

※5　（4-27）式であかる様は，IがFへゆく確率や，FがIへゆく確率はΨ_cでは出ない。

つぎに　$\begin{pmatrix}\psi_f^*\\ \psi_i^*\end{pmatrix}(F\ I)\begin{pmatrix}\psi_f\\ \psi_i\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\psi_f^*F\psi_f+\psi_f^*I\psi_i\\ \psi_i^*F\psi_f+\psi_i^*I\psi_i\end{pmatrix}$ $\cdots\cdots\cdots\cdots$ （※4-3）

で，やはり解釈がむづかしい。

は，それぞれ（4-30）式，（4-32）式と同じになる。

$$\psi_f{}^*H^T\Psi^T=\psi_f{}^*H\Psi,\qquad \psi_i{}^*H^T\Psi^T=\psi_i{}^*H\Psi \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4\text{-}38)$$

ベクトルの直交性は，前述の如く，

$$(F+I)\Psi_C{}' \quad : \quad F\vee I \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4\text{-}39)$$

ならば，$\Psi_C{}'$を直交系固有関数にはしえないが，H＝（F I）に対応するベクトルが（4－1）式のときには

$$F\psi_f=m\psi_f,\qquad I\psi_i=n\psi_i \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4\text{-}40)$$

で，（4-13）式のように

$$\psi_f：直交系,\qquad \psi_i：直交系 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4\text{-}41)$$

にとりうるし，Ψもまた直交系にとることが出来た（ベクトル的）。かゝる性質のΨとψ_f，ψ_iに対して，ベクトル数m_i（$i=1,\ 2,\ \cdots N$）をかける場合の一般的な定義は

$$\lambda_i\Psi_N=(m_1m_2\cdots m_N)\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\\ \\ \psi_N\end{pmatrix}=m_1\psi_1+m_2\psi_2+\cdots+m_N\psi_N$$

$$=(m_1m_2\cdots\cdots m_N)\begin{pmatrix}\psi_{11}\\ \psi_{12}\\ \vdots\\ \psi_{1M}\\ \psi_{21}\\ \psi_{22}\\ \vdots\\ \psi_{2M}\\ \vdots\\ \psi_{N1}\\ \psi_{N2}\\ \vdots\\ \psi_{NM}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}m_1\psi_{11}+m_2\psi_{21}+\cdots\cdots+m_N\psi_{N1}\\ m_1\psi_{12}+m_2\psi_{22}+\cdots\cdots+m_N\psi_{N2}\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ m_1\psi_{1M}+m_2\psi_{2M}+\cdots\cdots+m_N\psi_{NM}\end{pmatrix}\cdots\cdots (4\text{-}42)$$

とする。N＝1のときは特別で

$$m_1\psi_1=\begin{pmatrix}m_1\psi_{11}\\ m_1\psi_{12}\\ \\ m_1\psi_{1M}\end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4\text{-}43)$$

である。m_i（$i=1,\ 2,\ \cdots,\ N$）の数Nは，ψ_i（$i=1,\ 2,\ \cdots,\ M$）の数Mと一致しなければならない。

$$N=M \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4\text{-}44)$$

N≠Mの時の積は不可能である。

特に

$$\lambda=(m\ \ n) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4\text{-}45)$$

をベクトル固有値と名付けると

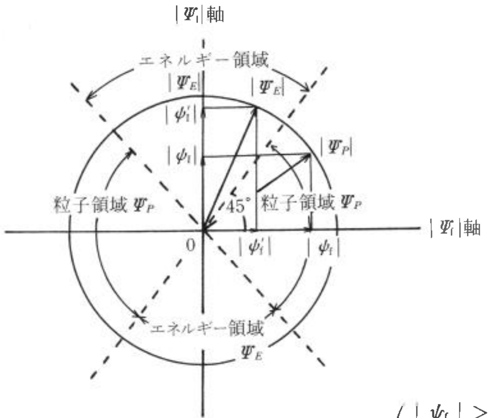
$$(m\ \ n)\begin{pmatrix}\psi_f\\ \psi_i\end{pmatrix}=m\psi_f+n\psi_i \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4\text{-}46)$$

の関係が成立する。これを特に$\lambda\Psi$と書くことにする。[*6] 最後に

$$\frac{|\psi_f|}{|\psi_i|} \propto \frac{{}_f F_f}{{}_i I_i} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (4\text{-}47)$$

より，この粒子状態の確率$|\psi_f|$と，エネルギー状態の確率$|\psi_i|$を利用して，時刻tに於けるある点（x，y，z）が，粒子状態であるのか，エネルギー状態であるのかを示す確率は，次式できめられる。[*7]

$$\left.\begin{array}{ll} |\psi_f| > |\psi_i| \text{を粒子状態} & : \ \Psi_P \\ |\psi_f| < |\psi_i| \text{をエネルギー状態} & : \ \Psi_E \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (4\text{-}48)$$



図－1

$$\left(\begin{array}{l} |\psi_f| > |\psi_i| \ \text{：粒子領域} \\ |\psi_f| < |\psi_i| \ \text{：エネルギー領域} \end{array}\right.$$

§. 5　固有値問題：$H\Psi=\lambda\Psi$

ベクトル・オペレーターHに対して

$$H\Psi=\lambda\Psi \quad \cdots\cdots\cdots \quad (5\text{-}1)$$

を満たすベクトル$\Psi \neq 0$が存在する。

$$H=(F\ I), \qquad \Psi=\begin{pmatrix}\psi_f\\ \psi_i\end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (5\text{-}2)$$

より

$$H\Psi= \ (F\ I)\begin{pmatrix}\psi_f\\ \psi_i\end{pmatrix} = F\psi_f+I\psi_i \quad \cdots\cdots\cdots \quad (5\text{-}3)$$

$$F^*=F, \qquad I^*=I \quad \cdots\cdots\cdots \quad (5\text{-}4)$$

※6　$\lambda\Psi$を（4-43）式の意味$\begin{pmatrix}\lambda\psi_f\\ \lambda\psi_i\end{pmatrix}$にとらないことが必要である。

※7　$$\left.\begin{array}{l} \psi_f^* F\psi_f = m\psi_f^*\psi_f \\ \psi_i^* I\psi_i = n\psi_i^*\psi_i \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (※4\text{-}4)$$

から導かれる。中日本自動車短期大学論叢，田島，7（1977），1．

ならば

$$\left.\begin{array}{l}F\psi_f=m\psi_f\\ I\psi_i=n\psi_i\end{array}\right\}\qquad m,\ n：\ 実数 \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots（5-5）$$

となり

$$F\psi_f+I\psi_i=m\psi_f+n\psi_i=(m\ n)\begin{pmatrix}\psi_f\\ \psi_i\end{pmatrix}=(m\ n)\Psi=\lambda\Psi \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots（5-6）$$

従って

$$H\Psi=\lambda\Psi \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots（5-7）$$

となる。

（5－5）の2式の各々は，独立ではなく　$\Psi^*\Psi=\delta_{ij}$と　$g(F, I)=0$ の2条件による関連性がある。その一つ $g(F, I)=0$ については§. 6で説明される。固有値問題は，結局

> 2つのエルミート•オペレーターF，Iが $g(F, I)=0$ をみたす，長方ベクトル・オペレーター（オブザーバブル）$H=(F\ I)$ は
>
> $$H\Psi=\lambda\Psi$$
>
> を満たすベクトル　$\Psi=\begin{pmatrix}\psi_f\\ \psi_i\end{pmatrix}\neq 0$
>
> をもつ。ただし　$\lambda=(m\ \ n)$：　m，n：実数[*1]
>
> $$\Psi_i^*\Psi_j=\psi_{fi}^*\psi_{fj}+\psi_{ii}^*\psi_{ij}=\delta_{ij}\quad < \begin{array}{l}i=j\longrightarrow 1\\ i\neq j\longrightarrow 0\end{array}$$
>
> である。

（5－8）

となる。

こゝで（4－16）式，（4－17）式の区別を考える。

$$\Psi=\begin{pmatrix}\psi_i\\ 0\end{pmatrix}\ である\quad：\quad F\psi_i=(F\ I)\begin{pmatrix}\psi_i\\ 0\end{pmatrix} \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots（5-9）$$

では

$$\Psi^*\Psi=(\psi_i^*\ 0)\begin{pmatrix}\psi_i\\ 0\end{pmatrix}=\psi_i^*\psi_i=1 \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots（5-10）$$

で，Fはオブザーバブルである。従って（F I）は当然オブザーバブルである。

$H=(F\ 0)$である

$$F\psi_i=(F\ \ 0)\begin{pmatrix}\psi_i\\ \psi_i\end{pmatrix} \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots（5-11）$$

の場合には，$\Psi=\begin{pmatrix}\psi_i\\ \psi_i\end{pmatrix}$ で

$$\Psi^*\Psi=(\psi_i^*\psi_i^*)\begin{pmatrix}\psi_i\\ \psi_i\end{pmatrix}=\psi_i^*\psi_i+\psi_i^*\psi_i=1 \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots（5-12）$$

だから

$$\psi_i^*\psi_i\neq 1 \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots（5-13）$$

となり，オペレーターFは，オブザーバブルでなくてもよいことになり，（F 0）はオブザーバブルではなくなっている。すなわち

（F I）はオブザーバブルで，（F 0）はオブザーバブルでない。⋯⋯⋯（5－14）

※1　$\lambda=(m\ n)$ を実数にして，観測値との関係をつける必要がある。

I－部分についても同様で，

$$(0\ \mathrm{I})\ \text{はオブザーバブルではない。} \quad \cdots\cdots\ (5\text{-}15)$$

さて，

$$\psi_f = \psi_i = \Psi_c \quad \cdots\cdots\ (5\text{-}16)$$

の場合（F，Iが交換可能であれば）

$$\Psi = \begin{pmatrix}\Psi_c\\ \Psi_c\end{pmatrix}, \qquad \Psi^* = (\Psi_c^*\Psi_c^*) \quad \cdots\cdots\ (5\text{-}17)$$

$$\Psi^*\Psi = (\Psi_c^*\Psi_c)\begin{pmatrix}\Psi_c\\ \Psi_c\end{pmatrix} = \Psi_c^*\Psi_c + \Psi_c^*\Psi_c = 2\Psi_c^*\Psi_c \quad \cdots\cdots\ (5\text{-}18)$$

となっている。そこで

$$(\mathrm{F\ I})\begin{pmatrix}\Psi_c\\ \Psi_c\end{pmatrix} = \mathrm{F}\Psi_c + \mathrm{I}\Psi_c = (\mathrm{F}+\mathrm{I})\Psi_c \quad \cdots\cdots\ (5\text{-}19)$$

であり，

（F＋I）がエルミート・オペレーターで　$\psi_f = \psi_i = \Psi_c$ （F∨I）ならば $(\mathrm{F\ I})\Psi = (\mathrm{F}+\mathrm{I})\Psi_c$ である。

$\cdots\cdots\ (5\text{-}20)$

（F＋I）に対応したベクトルが，もし

$$\Psi_c = \psi_f + \psi_i \quad \cdots\cdots\ (5\text{-}21)$$

であるときの対応について考える。

（F I）の時は，（4-15）式の如く，F-部分とI-部分が混合することはなかったが，（F＋I）の時は，

$$(\mathrm{F}+\mathrm{I})(\psi_f+\psi_i) = \mathrm{F}\psi_f + \mathrm{I}\psi_i + \mathrm{F}\psi_i + \mathrm{I}\psi_f \quad \cdots\cdots\ (5\text{-}22)$$

となり，

$$\mathrm{F}\psi_i + \mathrm{I}\psi_f \quad \cdots\cdots\ (5\text{-}23)$$

の如き，F-部分とI-部分が混在する項があらわれる。

付－1　簡単な実例

簡単な2行2列の行列

$$\mathrm{F} = \begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}, \qquad \mathrm{I} = \begin{pmatrix}e & f\\ g & h\end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\ (\text{付}1\text{-}1)$$

とベクトル

$$\psi_f = \begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}, \qquad \psi_i = \begin{pmatrix}x'\\ y'\end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\ (\text{付}1\text{-}2)$$

を考える。

$$\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}e & f\\ g & h\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\ y'\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}ax+by+ex'+fy'\\ cx+dy+gx'+hy'\end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\ (\text{付}1\text{-}3)$$

さて，

$$\left.\begin{aligned}\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix} &= m\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}e & f\\ g & h\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\ y'\end{pmatrix} &= n\begin{pmatrix}x'\\ y'\end{pmatrix}\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\ (\text{付}1\text{-}4)$$

とすると，

$$m\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix} + n\begin{pmatrix}x'\\ y'\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}mx+nx'\\ my+ny'\end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\ (\text{付}1\text{-}5)$$

$$\therefore \quad \left.\begin{aligned} ax+by+ex'+fy' &= mx+nx' \\ cx+dy+gx'+hy' &= my+ny' \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（付 1－6）}$$

の如くできれば $\qquad H\Psi = \lambda\Psi \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ （付 1－7）

$$\begin{pmatrix} a & b & e & f \\ c & d & g & h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ x' \\ y' \end{pmatrix} = (m\ n) \begin{pmatrix} x \\ y \\ x' \\ y' \end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（付 1－8）}$$

となる。エルミートではないが

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi_f = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi_i = \begin{pmatrix} t \\ t/2 \end{pmatrix} \quad \cdots \text{（付 1－9）}$$

であれば

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad : \quad m = 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（付 1－10）}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad : \quad n = 2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（付 1－11）}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} x + 2x' \\ y + 2y' \end{pmatrix} = (1\ 2) \begin{pmatrix} x \\ y \\ x' \\ y' \end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（付 1－12）}$$

となる。

$\psi_f = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ で $\quad x = t,\ y = 0$ ：$\psi_i = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ で $\quad x' = 2y'$ とすれば

シンボリックに $\qquad m \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + n \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ （付 1－13）

とおき $\qquad \Psi_S = \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2x' \\ y + 2y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ t/3 \end{pmatrix} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ （付 1－14）

より

$$Y = \frac{1}{3} X \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（付 1－15）}$$

となる。また

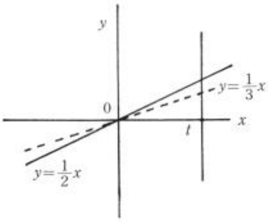
$$\Psi^*\Psi = (t\ \ 0\ \ t\ \ t/2) \begin{pmatrix} t \\ 0 \\ t \\ t/2 \end{pmatrix} = \frac{9}{4} t^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（付 1－16）}$$

$$\therefore \quad t = \frac{2}{3} \text{なら,} \ \Psi^*\Psi = 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（付 1－17）}$$

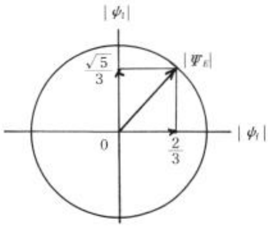
$$\psi_f^* \psi_f = t^2 = \frac{4}{9}, \qquad \psi_i^* \psi_i = \frac{5}{4} t^2 = \frac{5}{9} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{（付 1－18）}$$

となる。勿論 $\qquad \Psi_S^* \Psi_S = (t\ \ t/3) \begin{pmatrix} t \\ t/3 \end{pmatrix} = \dfrac{40}{81} \neq 1 \cdots\cdots\cdots\cdots$ （付 1－19）

である。$\psi_i^* \psi_i > \psi_f^* \psi_f$ より，ある時刻 t の $\left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{\sqrt{5}}{3}\right)$ 点の状態は，エネルギー状態の可能性が強いことを示す。



図－※2



図－※3

§. 6　物理的条件：　$g(\mathrm{F},\mathrm{I})=0$

$g(\mathrm{F},\mathrm{I})=0$を決めると(5－5)式の2式を関連づけうる。現在のところ，この関係を一義的に決めうる条件や，その関係が如何なる物理的条件 ――（1－1）式にむすびつけたい ―― に相当するかについては充分調べられていない。

そこで，先づ色々なオペレーターの各々の性質に対するノルマル　オペレーターまでの関係を書くと下表になる。

表－2　$g(\mathrm{F},\mathrm{I})=0$

	$H_c=F+I$ $H_c^*=F+I$	$S=F+iI$ $S^*=F-iI$	$T=\begin{pmatrix} F & -I \\ I & F \end{pmatrix}$ $T^*=\begin{pmatrix} F & I \\ -I & F \end{pmatrix}$	$H=(F\ I)$ $H^*=\begin{pmatrix} F \\ I \end{pmatrix}$
エルミート	$H_c=H_c^*$：F，I自由：$H_c=F+I$	$S=S^*$：$I=0$：$S=F$	$T=T^*$：$I=0$：$T=\begin{pmatrix} F & 0 \\ 0 & F \end{pmatrix}$	$H\neq H^*$：不可能
ノン•エルミート	$H_c=-H_c^*$：$F=-I$：$H_c=0$	$S=-S^*$：$F=0$：$S=iI$	$T=-T^*$：$F=0$：$T=\begin{pmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{pmatrix}$	$H\neq H^*$：不可能
ノルマル（ユニタリー）	$H_cH_c^*=H_c^*H_c$（$=H_cH_c=H_c^*H_c^*=$恒等式）：F，I自由：$H_c=F+I$	$SS^*=S^*S=F^2+I^2$：$FI-IF=O$	$TT^*=T^*T=\begin{pmatrix} F^2+I^2 & 0 \\ 0 & F^2+I^2 \end{pmatrix}$：$FI-IF=0$	$HH^*\neq H^*H$：不可能

上表の如く，$SS^*=SS^*$または，$TT^*=T^*T$なるノルマル　オペレーター（又は，ユニタリーオペレーター $SS^*=SS^*=1$，$TT^*=T^*T=1$）の$g(\mathrm{F},\ \mathrm{I})=0$は，

$$\mathrm{FI}-\mathrm{IF}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6-1)$$

であり，FとIは交換可能でなければならない。

要求する条件は，相互作用を$\mathrm{F}\ltimes\mathrm{I}$で取扱わねばならないのであるから，これらは使用出来ない。H_cに於ては，F，Iが自由であるから$H_c=H_c^*$であれば，$\mathrm{F}\ltimes\mathrm{I}$の条件を満足すると思われるが，§．2の如く（F＋I）型だと，固有値問題を満足させられないため，$\mathrm{F}\ltimes\mathrm{I}$であってはならないと結局，同じことになる。従って，表－2のすべてが利用不可能になる。

H_cの場合：$H_c=H_c^*$，Sの場合：$SS^*=S^*S$の如く$g(\mathrm{F},\ \mathrm{I})=0$の関係を，$H_c$またはSと，その複素共軛な$H_c^*$，$S^*$との関係から決めることが一般に行われている。この取扱が果して$\mathrm{F}\ltimes\mathrm{I}$には，どの様になるのかを考える。

次の３ケースが考えられる。

A－ケース　：　H_c，S，T，H　を決める。
B－ケース　：　$H_c=H_c^*$，$SS^*=S^*S$，$T^*=-T$，………等。
　あるオペレーターと，その複素共軛との間にある関係を決める。　……（6－2）
C－ケース　：　$g(F,\ I)=0$ を決める。

A－ケースを決めるには $g(F,\ I)=0$ の関係からではなく，固有値問題が出来るかどうかで決めるべきである。（これだと，Hのみを取扱えばよいが，H_c，S，Tも比較するのに便利であらうと思われれば取扱ってきた。）B－ケースとC－ケースの間には，強い関連が存在する。（付－3～付－6）従って，$g(F,\ I)=0$ を決めるのに，B－ケースの関係を決めるということが，一般に行われてきた。しかし，B－ケースについて言えば，その関係が最も簡単なもののみを取扱っていたにすぎないとも云える。さて，

$$F \not\asymp I,\quad すなわち\quad FI-IF\neq 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6-3)$$

なる条件は，一般に $g(F,\ I)=0$ を非常に複雑な関係にする。

こゝで $g(F,\ I)=0$ を見出すあめに，H_c，S，T，HのB－ケースの一部（２次まで）を表にする。（付－３～付－６が３次以上。）

表－３

	$H_c=F+I$	$S=F+iI$	$T=\begin{pmatrix}F & -I\\ I & F\end{pmatrix}$ [*1]	$H=(F\ I)$ [*2]
ノン・エルミートの２次	$H_cH_c=H_c^*H_c^*=H_cH_c^*$ $=H_c^*H_c$ $=F^2+I^2+FI+IF$	$SS=F^2-I^2+i(FI+IF)$ $S^*S^*=F^2-I^2-i(FI+IF)$ $S^*S=F^2+I^2+i(FI-IF)$ $SS^*=F^2+I^2-i(FI-IF)$	$TT=\begin{pmatrix}F^2-I^2 & -(FI+FI)\\ FI+IF & -(F^2+I^2)\end{pmatrix}$ $T^*T^*=\begin{pmatrix}F^2-I^2 & FI+IF\\ -(FI+IF) & -(F^2+I^2)\end{pmatrix}$ $T^*T=\begin{pmatrix}F^2+I^2 & -(FI-IF)\\ FI-IF & F^2+I^2\end{pmatrix}$ $TT^*=\begin{pmatrix}F^2+I^2 & FI-IF\\ -(FI-IF) & F^2+I^2\end{pmatrix}$	HH＝不可能 H^*H^*＝不可能 $H^*H=\begin{pmatrix}F^2 & FI\\ IF & I^2\end{pmatrix}$ $HH^*=F^2+I^2$
３次以上	意味なし。	SSS以上，どこまでも可能。	複雑になりすぎる。	複雑になる。

複雑なものも考えられるが，簡単な $g(F,\ I)=0$ を前表から選ぶと，

※1　$T_1=\begin{pmatrix}0 & F\\ I & 0\end{pmatrix}$ にすると　：　$T_1^*T_1=T_1T_1$ は $FI+IF=0$ になる …………（※6－1）

$T_2=\begin{pmatrix}F & I\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ または $\begin{pmatrix}0 & 0\\ F & I\end{pmatrix}$ にすると　：　$T_2^*\,(T_2T_2)=T_2^*\,(T_2^*T_2)$ ……………………（※6－2）

$T_3=\begin{pmatrix}0 & F\\ 0 & I\end{pmatrix}$ または $\begin{pmatrix}I & 0\\ F & 0\end{pmatrix}$ にすると　：　$T_3\,(T_3T_3^*)=T_3\,(T_3^*T_3^*)$ ………………………（※6－3）

等の関係がある。

※2　$H=(F\ \ I)$ では，$H^*=H$ とはなりえないが，

$$H=(F\ \ 0),\quad H^*=\begin{pmatrix}F\\ 0\end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (※6-4)$$

がこのエルミート性にもつとも近い対応をしている。$I=0$ になれば，当然エルミートに近くなるが，オブザーバブルではない（(5－14) 式)。

$$F^2 \pm I^2 = 0,\ F^2 \pm I^2 = \text{定数},\ FI \pm IF = 0,\ FI \pm IF = \text{定数} \quad \cdots\cdots (6-4)$$

になる。この中で $FI-IF=0$ は，F $\not\propto$ I で条件にあわない。また，$F^2 \pm I^2 = 0$ も

$$F^2+I^2=0 \longrightarrow F=\pm iI \quad \cdots\cdots (6-5)$$

$$F^2-I^2=0 \longrightarrow F=I \quad \cdots\cdots (6-6)$$

となり使えない。従って，

$$F^2 \pm I^2 = \text{定数},\ FI \pm 1F = \text{定数},\ FI+IF=0 \quad \cdots\cdots (6-7)$$

が g(F, I)＝0として考えうる最も簡単なものと思われる。(6－7)式のそれぞれに対応するB－ケースを選ぶと下表になる。

表－4

F^2+I^2＝実定数*3	$S^*SSS^*=SS^*S^*S$	×	HH^*＝実定数*4
F^2-I^2＝実定数	$S^*S^*SS=SSS^*S^*$	×	$(F\ iI)\begin{pmatrix}F\\ iI\end{pmatrix}$＝実定数*5
FI＋IF＝実定数	$SSS^*=S^*SS$	×	$HH^{\diamond}$＝実定数
FI＋IF＝0	$SS=S^*S^*$	$TT=T^*T^*$	$HH^{\diamond}=0$
FI－IF＝虚定数	$S^*SSS^*=SS^*S^*S$ *6	× *7	$(F\ I)\begin{pmatrix}I\\ -F\end{pmatrix}$＝虚定数

一般には，これらの関係は，もっと複雑である。

V．0．H＝(F I) と $H^*=\begin{pmatrix}F\\ I\end{pmatrix}$ の関係の中で最も簡単なものを選ぶと，

$$HH^* = \text{実定数},\ \text{すなわち},\ F^2+I^2=\text{実定数}^{*3} \equiv \ell \quad \cdots\cdots (6-8)$$

であらう。

(固有値問題に欠点があるSやTの場合，F^2+I^2＝定数は簡単とは云えないことは，表－4より明らかである。)

※3　$F^2 \pm I^2 = m+in$　：　$i=\sqrt{-1}$，m, n は実数　……（※6－5）

と，この＊－方程式　$F^2 \pm I^2 = m-in$　……（※6－6）

の和より

$$F^2 \pm I^2 = m = \text{実数} \quad \cdots\cdots (※6-7)$$

同様に，FI＋IF＝m＋inと FI＋IF＝m－in 方程式の和より

$$FI+IF=m=\text{実数} \quad \cdots\cdots ※6-8)$$

また，FI－IF＝m＋inと FI－IF＝－m＋in の和より

$$FI-IF=in=\text{虚数} \quad \cdots\cdots (※6-9)$$

が導ける。

※4　$F^2+I^2=0$ は H＝ (iI, I) ……（※6－10）

にはならない。これは，iI がエルミートではないからである。

※5　(F　iI)は，V. O. ではないことを注意せねばならぬ。

$$(F\quad iI)^* = \begin{pmatrix}F\\ -iI\end{pmatrix} \quad \cdots\cdots (※6-11)$$

※6　計算は，付－3，付－4を見よ。

※7　Tの時には，FI＋IF＝0以外には，2つ以上の対条件を必要とする。

表ー４を選び出した計算は，少々くどい様ではあるが，以下の付表にまとめておく。これ以上の次数も考えられるが，こうした高次項から，簡単だという条件だけを満足する関係はまづ見出せるとは考えられない。

付ー２　$g(H,\ H^{*})=0$ と $g(F, I)$ の関係

$$(F\ I)\begin{pmatrix}F\\I\end{pmatrix}=F^2+I^2 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (付-2-1)$$

$$\begin{pmatrix}F\\I\end{pmatrix}(F\ I)=\begin{pmatrix}F^2 & FI\\IF & I^2\end{pmatrix}\ :\ FI-IF=0\rightarrow\begin{pmatrix}F\\I\end{pmatrix}(F\ I)\text{はエルミート}\cdots\cdots\cdots\ (付-2-2)$$

$$\left\{\begin{pmatrix}F\\I\end{pmatrix}(F\ I)\right\}\begin{pmatrix}F\\I\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}F\ (F^2+I^2)\\I\ (F^2+I^2)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}F\ \oplus\\I\ \oplus\end{pmatrix} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (付-2-3)$$

$$(F\ I)\left\{\begin{pmatrix}F\\I\end{pmatrix}(F\ I)\right\}=((F^2+I^2)F\quad (F^2+I^2)I)=(\oplus F\quad \oplus I)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (付-2-4)$$

こゝで，　$F^2+I^2\equiv\oplus$ 　$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ (付-2-5)

とする。

付ー３　S－３次の $g(F,\ I)=0$

$$\begin{aligned}
SSS &= \{F(F^2-I^2)-I(FI+IF)\}+i\{F(FI+IF)+I(F^2-I^2)\}\\
&\equiv(F\ominus-I\triangle\!\!\!\!+)+i(F\triangle\!\!\!\!+ +I\ominus)\\
S^*SS &= \{F(F^2-I^2)+I(FI+IF)\}+i\{F(FI+IF)-I(F^2-I^2)\}\\
&\equiv(F\ominus+I\triangle\!\!\!\!+)+i(F\triangle\!\!\!\!+ -I\ominus)\\
SS^*S &= \{F(F^2+I^2)-I(FI-IF)\}+i\{F(FI-IF)+I(F^2+I^2)\}\\
&\equiv(F\oplus-I\triangle)+i(F\triangle+I\oplus)\\
SSS^* &= \{F(F^2+I^2)+I(FI-IF)\}+i\{-F(FI-IF)+I(F^2+I^2)\}\\
&\equiv(F\oplus+I\triangle)+i(-F\triangle+I\oplus)\\
S^*S^*S &= \{F(F^2+I^2)+I(FI-IF)\}+i\{F(FI-IF)-I(F^2+I^2)\}\\
&\equiv(F\oplus+I\triangle)+i(F\triangle-I\oplus)\\
S^*SS^* &= \{F(F^2+I^2)-I(FI-IF)\}+i\{-F(FI-IF)-I(F^2+I^2)\}\\
&\equiv(F\oplus-I\triangle)+i(-F\triangle-I\oplus)\\
SS^*S^* &= \{F(F^2-I^2)+I(FI+IF)\}+i\{-F(FI+IF)+I(F^2-I^2)\}\\
&\equiv(F\ominus+I\triangle\!\!\!\!+)+i(-F\triangle\!\!\!\!+ +I\ominus)\\
S^*S^*S^* &= \{F(F^2-I^2)-I(FI+IF)\}+i\{-F(FI+IF)-I(F^2-I^2)\}\\
&\equiv(F\ominus-I\triangle\!\!\!\!+)+i(-F\triangle\!\!\!\!+ -I\ominus)
\end{aligned}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (付-3-1)$$

ここで　$F^2+I^2\equiv\oplus$，　$F^2-I^2\equiv\ominus$　：　$FI+IF\equiv\triangle\!\!\!\!+$，　$FI-IF\equiv\triangle$　$\cdots\cdots\cdots$ (付-3-2)

とする。

$SSS=S^*SS^*$ （及び $S^*S^*S^*=SS^*S$）$\longrightarrow$

$$\{(IF-FI)I-I(FI+IF)\}+i\{F(FI+IF)+(IF-FI)F\}=0$$

：　FI+IF と FI−IF の混合　$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ (付-3-3)

$$\left.\begin{aligned}
SSS &= S^*S^*S^* \longrightarrow (FI+IF)F+(F^2-I^2)I=0\\
S^*SS &= SS^*S^* \longrightarrow F(FI+IF)-I(F^2-I^2)=0\\
S^*S^*S &= SSS^* \longrightarrow (FI+IF)F-(F^2-I^2)I=0
\end{aligned}\right\}\ :\ FI+IF\ \text{と}\ F^2-I^2\text{の混合}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (付-3-4)$$

$S^*SS = SSS^*$　（及び $S^*S^*S=SS^*S^*$）$\longrightarrow$ $(I^2F-FI^2)+i(IF^2-F^2I)=0$

：　$FI+IF=l$　$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ (付-3-5)

$$\left(\left.\begin{array}{l} I^2F-FI^2=I(IF+FI)-(IF+FI)I \\ IF^2-F^2I=(IF+FI)F-F(IF+FI) \end{array}\right\}\text{より } FI+IF=l \text{ となる。}\right)$$

$$SS^*S=S^*SS^* \longrightarrow F(FI-IF)+I(F^2+I^2)=0 \quad : \quad FI-IF \text{ と } F^2+I^2 \text{の混合}$$

……………………………………………（付－3－6）

付－4　S－4次の g(F, I)＝0

$$\left.\begin{array}{lcl}
SSSS & = & (\ominus\ominus-\text{◬}\text{◬})+i(\ominus\text{◬}+\text{◬}\ominus) \\
S^*SSS & = & (\oplus\ominus-\triangle\text{◬})+i(\oplus\text{◬}+\triangle\ominus) \\
SS^*SS & = & (\oplus\ominus+\triangle\text{◬})+i(\oplus\text{◬}-\triangle\ominus) \\
SSS^*S & = & (\ominus\oplus-\triangle\text{◬})+i(\ominus\triangle+\text{◬}\oplus) \\
SSSS^* & = & (\ominus\oplus+\text{◬}\triangle)+i(-\ominus\triangle+\text{◬}\oplus) \\
S^*S^*SS & = & (\ominus\ominus+\text{◬}\text{◬})+i(\ominus\text{◬}-\text{◬}\ominus) \\
SS^*S^*S & = & (\oplus\oplus+\triangle\triangle)+i(\oplus\triangle-\triangle\oplus) \\
SSS^*S^* & = & (\ominus\ominus+\text{◬}\text{◬})+i(-\ominus\text{◬}+\text{◬}\ominus) \\
S^*SS^*S & = & (\oplus\oplus-\triangle\triangle)+i(\oplus\triangle+\triangle\oplus) \\
SS^*SS^* & = & (\ominus\oplus-\text{◬}\triangle)+i(-\ominus\triangle-\text{◬}\oplus) \\
S^*SSS^* & = & (\oplus\oplus+\triangle\triangle)+i(-\oplus\triangle+\triangle\oplus) \\
S^*S^*S^*S & = & (\ominus\oplus+\text{◬}\triangle)+i(\ominus\triangle-\text{◬}\oplus) \\
SS^*S^*S^* & = & (\oplus\ominus-\triangle\text{◬})+i(-\oplus\text{◬}-\triangle\ominus) \\
S^*SS^*S^* & = & (\oplus\ominus+\triangle\text{◬})+i(-\oplus\text{◬}-\triangle\ominus) \\
S^*S^*SS^* & = & (\ominus\oplus-\text{◬}\triangle)+i(-\oplus\triangle-\triangle\oplus) \\
S^*S^*S^*S^* & = & (\oplus\ominus+\text{◬}\text{◬})+i(-\ominus\text{◬}-\text{◬}\text{◬})
\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{（付－4－1）}$$

こゝで記号⊕，⊖，◬，△は，付－3と同じである。これから，

$$\left.\begin{array}{l}
\oplus\triangle-\triangle\ominus=0 \longrightarrow S^*SSS = SS^*S^*S^* \\
\ominus\triangle-\text{◬}\oplus=0 \longrightarrow SSSS^* = S^*S^*S^*S \\
\oplus\text{◬}-\triangle\ominus=0 \longrightarrow SS^*SS = S^*SS^*S^* \\
\ominus\text{◬}-\text{◬}\ominus=0 \longrightarrow S^*S^*SS = SSS^*S^* \quad \bigcirc \\
\ominus\triangle-\triangle\text{◬}=0 \longrightarrow S^*SSS^* = SS^*S^*S \quad \bigcirc
\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{（付－4－2）}$$

等の関係が導かれる。最後の○印2式以外は複雑である。そして

F^2-I^2＝定数，または，$FI+IF$＝定数$\longrightarrow$⊖と◬とが可換。……………（付－4－3）

F^2+I^2＝定数，または，$FI-IF$＝定数$\longrightarrow$⊕と△とが可換。……………（付－4－4）

であり，

F^2-I^2＝定数，または，$FI+IF$＝定数$\longrightarrow S^*S^*SS=SSS^*S^*$ ……………（付－4－5）

F^2+I^2＝定数，または，$FI-IF$＝定数$\longrightarrow S^*SSS^*=SS^*S^*S$ ……………（付－4－6）

なる，表－4の関係を導ける。

S－5次以上も同様な議論は出来るが，もっと複雑であり無役に思われる。

($S^*SSS=SS^*S^*S^*$, $S^*S^*S^*S=SSSS^*$, $S^*S^*SS=SSS^*S^*$ …………。)

付－5　T－2次と3次の $g(\mathrm{F},\ \mathrm{I})=0$

$$TT=\begin{pmatrix}\ominus & -\blacktriangle\\ \blacktriangle & -\ominus\end{pmatrix},\quad T^*T^*=\begin{pmatrix}\ominus & \blacktriangle\\ -\blacktriangle & -\ominus\end{pmatrix},\quad T^*T=\begin{pmatrix}\oplus & -\triangle\\ \triangle & \oplus\end{pmatrix},\quad TT^*=\begin{pmatrix}\oplus & \triangle\\ -\triangle & \oplus\end{pmatrix}$$

……………………………（付－5－1）

$$(TT)T=\begin{pmatrix}\ominus F-\blacktriangle I & -\ominus I-\blacktriangle F\\ \blacktriangle F-\ominus I & -\blacktriangle I-\ominus F\end{pmatrix},\quad T(TT)=\begin{pmatrix}F\ominus-I\blacktriangle & -F\blacktriangle+I\ominus\\ I\ominus+F\blacktriangle & -I\blacktriangle-F\ominus\end{pmatrix}$$

$$(T^*T)T=\begin{pmatrix}\oplus F+\triangle I & -\oplus I+\blacktriangle F\\ -\triangle F+\oplus I & \triangle I+\oplus F\end{pmatrix},\quad T^*(TT)=\begin{pmatrix}F\ominus+I\blacktriangle & -F\blacktriangle-I\ominus\\ -I\ominus+F\blacktriangle & I\blacktriangle-F\ominus\end{pmatrix}$$

$$(TT^*)T=\begin{pmatrix}\oplus F+\triangle I & -\oplus I+\triangle F\\ -\triangle F+\oplus I & \triangle I+\oplus F\end{pmatrix},\quad T(T^*T)=\begin{pmatrix}F\oplus-I\triangle & -F\triangle-I\oplus\\ I\oplus+F\triangle & -I\triangle+F\oplus\end{pmatrix}$$

$$(TT)T^*=\begin{pmatrix}\ominus F+\blacktriangle I & \ominus I-\blacktriangle F\\ \blacktriangle F+\ominus I & \blacktriangle I-\ominus F\end{pmatrix},\quad T(TT^*)=\begin{pmatrix}F\oplus+I\triangle & F\triangle-I\oplus\\ I\oplus-F\triangle & I\triangle+F\oplus\end{pmatrix}$$

$$(T^*T^*)T=\begin{pmatrix}\ominus F+\blacktriangle I & -\ominus I+\blacktriangle F\\ -\blacktriangle F-\ominus I & \blacktriangle I-\ominus F\end{pmatrix},\quad T^*(T^*T)=\begin{pmatrix}F\oplus+I\triangle & -F\triangle+I\oplus\\ -I\oplus+F\triangle & I\triangle+F\oplus\end{pmatrix}$$

$$(T^*T)T^*=\begin{pmatrix}\oplus F+\triangle I & \oplus I-\triangle F\\ \triangle F-\oplus I & \triangle I+\oplus F\end{pmatrix},\quad T^*(TT^*)=\begin{pmatrix}F\oplus-I\triangle & F\triangle+I\oplus\\ -I\oplus-F\triangle & -I\triangle+F\oplus\end{pmatrix}$$

$$(TT^*)T^*=\begin{pmatrix}\oplus F-\triangle I & \oplus I+\triangle F\\ -\triangle F-\oplus I & -\triangle I+\oplus F\end{pmatrix},\quad T(T^*T^*)=\begin{pmatrix}F\ominus+I\blacktriangle & F\blacktriangle+I\ominus\\ I\ominus-F\blacktriangle & I\blacktriangle-F\ominus\end{pmatrix}$$

$$(T^*T^*)T^*=\begin{pmatrix}\ominus F-\blacktriangle I & \ominus I+\blacktriangle F\\ -\blacktriangle F+\ominus I & -\blacktriangle I-\ominus F\end{pmatrix},\quad T^*(T^*T^*)=\begin{pmatrix}F\ominus-I\blacktriangle & F\blacktriangle-I\ominus\\ -I\ominus-F\blacktriangle & -I\blacktriangle-F\ominus\end{pmatrix}$$

……………………………（付－5－2）

これらより，$TTT=T^*TT^*$，$TTT=T^*T^*T^*$ ………を考えると，簡単な条件にならぬ。記号は，（付－3－2）式を使用。

付－6　$g(\mathrm{F},\mathrm{I})$ の色々な関連性

付表－1

	$H_c=F+I$	$S=F+iI$	$T=\begin{pmatrix}F & -I\\ I & F\end{pmatrix}$	$H=(F\ I)$	$g(F,I)=0$
ノルマル	$H_c=H_c^*=F+I$ F，I：自由	$S=S^*=F$ $I=0$	$T=T^*=\begin{pmatrix}F & 0\\ 0 & F\end{pmatrix}$ $I=0$	×	エルミート
ノルマル	$H_c=-H_c=0$： $F=-I$ 或は $F=0$ 且つ $I=0$	$S=-S^*=iI$ $F=0$	$T=-T^*=\begin{pmatrix}0 & -I\\ I & 0\end{pmatrix}$ $F=0$	×	ノン•エルミート
ノルマル	$H_c^*H_c=H_cH_c^*=F^2+I^2$ $+FI+IF=F^2I^2+2FI$	$S^*S=SS^*=F^2+I^2$	$T^*T=TT^*=\begin{pmatrix}F^2+I^2 & 0\\ 0 & F^2+I^2\end{pmatrix}$	×	ノルマル $FI-IF=0$
ノン・エルミート	×	$S^*SSS^*=SS^*S^*S$ $=\oplus\oplus+\triangle\triangle$	×	$HH^*=F^2+I^2=l$	F^2+I^2 ＝実定数
ノン・エルミート	×	$S^*S^*SS=SSS^*S^*$ $=\ominus\ominus+\blacktriangle\blacktriangle$	×	×	F^2-I^2 ＝実定数
ノン・エルミート	×	$SSS^*=S^*SS$ $=(I^2F-FI^2)+$ $i(F^2I-IF^2)$	×	×	$FI+IF$ ＝実定数
ノン・エルミート	$H_cC_c=H_c^*H_c=H_cH_c^*$ $=H_c^*H_c^*=F^2+I^2$	$SS=S^*S^*$ $=F^2-I^2$	×	×	$FI+IF=0$
ノン・エルミート	×	$S^*SSS^*=SS^*S^*S$ $=\oplus\oplus+\triangle\triangle$	×	×	$FI-IF$ ＝虚定数

§. 7　エネルギー保存則

$H_c=F+I$ を $H=(F\ I)$ に変化させることによる素粒子論の数学構成は，可能であることが了解出来た。次は，物理的な諸問題について考察しなければならない。ベクトル固有値λを実数化し，観測に関連づけることや，l を物理的に意味づけることが必要である。それと共に，こうした新構成による素粒子の各種現象の具体的事例 —— 例えば，崩壊現象等々 —— を計算・説明しなければならない。これら詳しい計算は，紙面の都合で，別稿にゆずり，こゝでは，物理の根本法則たるエネルギー保存則に関する，この新構成によって生ずる疑問点を論ずるにとどめることにする。

このエネルギー保存則は，ある種の素粒子まで生ませたと言っても過言でないと思われる程，素粒子崩壊を説明する時の大切な法則であるのは言うまでもない。エネルギー保存則に疑義が生ずるとすれば，それは非常に重要な問題に思われる。

まづ，

$$F^2+I^2=l \quad \cdots\cdots (7-1)$$

の l の意味から考える。

次元の関係より，

$$[F^2+I^2]=[hc/L^2]=[(10^{-6}erg)^2] \quad \cdots\cdots (7-2)$$

とすると

$$L=10^{-13}cm \quad \cdots\cdots (7-3)$$

にとりうる。[※1,※8]

$$\hbar c/e^2=137, \quad : \quad \hbar=h/2\pi=\text{プランク定数}/2\pi,\ c\ ;\text{光速度} \quad \cdots\cdots (7-4)$$

より，

$$h=274\pi e^2/c \quad \cdots\cdots (7-5)$$

を（7－2）式に代入すると，

$$hc/L^2=274\pi\left(\frac{e}{L}\right)^2 \quad \cdots\cdots (7-6)$$

となり

$$F^2+I^2=\text{実定数}\quad \text{より，}\ \frac{e}{L}=\text{一定}^{※9} \quad \cdots\cdots (7-7)$$

の関係を導きうる。

$$\boxed{F^2+I^2=\text{実定数}\longrightarrow\frac{e}{L}=\text{一定}} \quad \cdots\cdots (7-8)$$

このことは，とりもなおさず，e／Lが一定である様な ψ_f，ψ_I が

※8　ユニバーサル・レングス $L=10^{-13}cm$ にしたとき，$\hbar c/e^2=137$ の対応より，電子の電荷 e を導けたらと考えている。

※9　$F^2+I^2=1$ ならば，$L=29.3e$ となる。

$$\left.\begin{array}{l} |\psi_f| > |\psi_i| \longrightarrow \text{粒子状態} \\ |\psi_f| < |\psi_i| \longrightarrow \text{エネルギー状態} \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (7-9)$$

でのみ，崩壊の起きうることを言っている。

（7－8）式より，電子の電荷 e が一定であるから，L＝一定になり，L が普遍的な長さ（Universal Length）と言われる，長さの次元を持った定数となることを理解しうる。

さて，$F\psi_f = m\psi_f$ より，

$$F^2\psi_f = mF\psi_f = m^2\psi_f \quad \cdots\cdots\cdots (7-10)$$

また，$I\psi_i = n\psi_i$ より，

$$I^2\psi_i = nI\psi_i = n^2\psi_i \quad \cdots\cdots\cdots (7-11)$$

（7-10）と（7-11）式とを，加えると

$$F^2\psi_f + I^2\psi_i = m^2\psi_f + n^2\psi_i \quad \cdots\cdots\cdots (7-12)$$

これは

$$(F^2 \ \ I^2)\begin{pmatrix}\psi_f \\ \psi_i\end{pmatrix} = (m^2 \ \ n^2)\begin{pmatrix}\psi_f \\ \psi_i\end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots (7-13)$$

$$(F^2 \ \ I^2)\Psi = (m^2 \ \ n^2)\Psi \quad \cdots\cdots\cdots (7-14)$$

こゝで，

$$\Psi_c = \psi_f = \psi_i \quad \cdots\cdots\cdots (7-15)$$

の時には

$$(F^2+I^2)\Psi_c = (m^2+n^2)\Psi_c \quad \cdots\cdots\cdots (7-16)$$

$\lambda = (m \ \ n)$ より

$$\lambda^2 = m^2+n^2 \quad \cdots\cdots\cdots (7-17)$$

であるから，

$$(m^2 \ \ n^2) : \lambda^2,\ (m^2+n^2) : l \quad \cdots\cdots\cdots (7-18)$$

なる対応が考えられる。

こうした V. O. H をオブザーバブルとした理論が作り出す空間は，２つの

$$F\psi_f = m\psi_f, \qquad I\psi_i = n\psi_i \quad \cdots\cdots\cdots (7-19)$$

なるヒルベルト空間（エルミート　ヒルベルト　スペース（Hermite Hibert Space）：H. H. と呼ぶ。）を独立に組合せた —— ベクトルの２成分的な —— 空間になることがわかる。

この空間を

２Ｎ次元正規直交系重畳ヒルベルト空間

2 N-Dimentional Ortho-Normal Doublet Hilbert Space (D. H.) ……… (7-20)

と名付ける。

e / L＝一定，すなわち，F^2+I^2＝一定，は崩壊のある定量的関係を示している式であると思われる。

さて，エネルギー保存則の問題に立入らねばならない。問題を簡単にするために，次の様なモ

デルを考えることにする。まづ，この系は，何時も，外部から内部にも，また内部から外部にも，共にエネルギーの授受が全くない，完全なる閉鎖系であるとする。従って，初期状態に於けるエネルギーの総量は，途中の形態が如何に変っていったにせよ，必ず，最終状態のエネルギーの総量と等しくならなければならないことは勿論である。これがエネルギー保存則である。(これだけの問題であれば，簡単で，何の疑問も生じない。)然し乍ら，素粒子論に於ては，目で見える素粒子から，目で見えないエネルギー状態への，状態に対する変化を必ず伴っている現象を考えなければならないという事情がある。中性微子があるのか，ないのかの問題は，その具体的な実例である。

そこで，時刻 t_1に於ける初期状態に於ては，A，B二粒子が，相互作用 I_{AB}で存在していたとしよう。こゝで，A，B二粒子の自由粒子エネルギーを

$$\rho_{初}=A+B \qquad \cdots\cdots (7-21)$$

で表わし，相互作用のエネルギー（表現$\rho_{初}$以外のすべてのエネルギーを含ませる。）を

$$\xi_{初}=I_{AB} \qquad \cdots\cdots (7-22)$$

で表わすものとする。(以下，記号は，同様な使い方をするものとする。)

この時刻t_1より時間T_1を経て，何等かの変化（崩壊・衝突……。———この仕組みについては全く無知でよい。）があり，更に，時間T_2を経て，時刻t_3なる最終状態に達したとき，粒子は，A′，B′，C′になり，従って

$$\rho_{終}=A'+B'+C' \qquad \cdots\cdots (7-23)$$

であり，その相互作用のエネルギーは，$I_{A'B'}$，$I_{B'C'}$，$I_{A'C'}$で

$$\xi_{終}=I_{A'B'}+I_{B'C'}+I_{A'C'} \qquad \cdots\cdots (7-24)$$

なる状態になったとする。エネルギー保存則は，この場合，果して

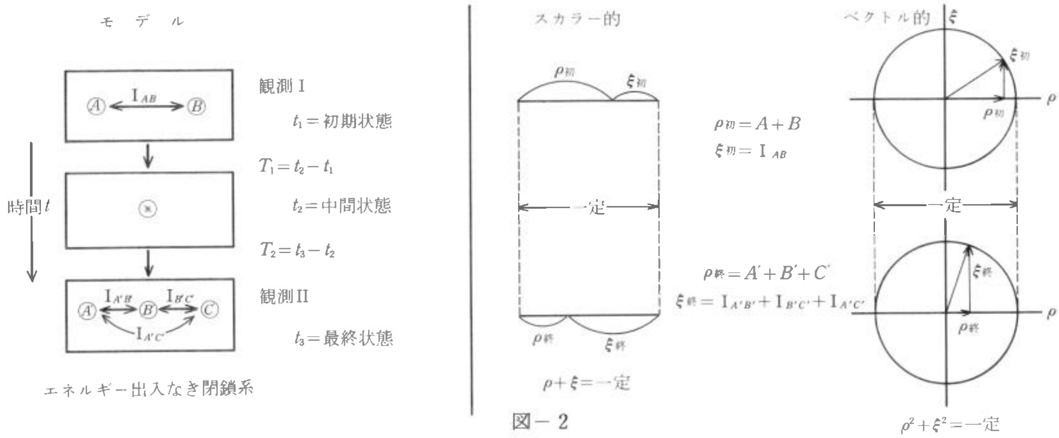
$$\rho_{初}+\xi_{初}=\rho_{終}+\xi_{終} \quad : \quad \text{スカラー的} \qquad \cdots\cdots (7-25)$$

で行われるのか（直線の長さが同じで示される。）

$$\rho^2_{初}+\xi^2_{初}=\rho^2_{終}+\xi^2_{終} : \quad \text{ベクトル的} \qquad \cdots\cdots (7-26)$$

で行われるのか（直経1の円内の矢印で示される。）その何れかを要求する。（7-25）式のみで，あるゆる議論がなされているのが現状である。然し乍ら，この論文で論ぜられた様に，ρとξとは，同時測定は不可能と考えた方がよさそうであるし（ρとξとは，相補性を有する量である）（7-25）式のみをもって，唯一のエネルギー保存則表現とするには，いささか問題があるのではないだろうか。むしろ，ρとξとを，ベクトルの2成分として取扱っている（7-26）式の表現で示された，エネルギー保存則の方が，より現実的であり，より正しい様に思われる。こうした状態を図示したのが次頁の図-2である。

崩壊に於て，多様な型態があったり，バースト現象が自然界に見出されるということ等は，こうした，ベクトル的説明の方が，一層わかりやすく，正しい様に思われる。図で，ベクトルの方向が，崩壊現象の量化を示しているからである。



図－2

付－7　根本原理――ノン・エルミート　オブザーバブルにした理由

無条件の絶対なるものがあるのが，古典物理学の一つの特長であった。そうした，**絶対なるもの**（**絶対**と呼ぶ）には多くのものがあり，相対性理論や量子論で，次々に**条件づけられ**（場を決めるとも呼べる）た絶対へと変えられていった。

こうしたことを考えて，次の原理を導入する。

“**自然の記述には，条件なしの絶対があってはならない。**”　………（付－7－1）

これは

“物理のすべての構成要素は，その場によって生じた或る条件下に於てのみ絶対でありうる。”　………（付－7－2）

ということである。こゝで，自然の仕組みを知りうる物理の構成要素とは，ある単位を利用して測定された物理量 ―― 力学変数と力学量 ―― によって決定された系の仕組みの関係を数式（例えば，微分方程式）という形，すなわち，数学法則で記述し，その記述が4次元時空空間でなされたときの，すべての要素を言う。

付表－2

自然の構成要素	条　　件
数学的法則〈量・質	単位と座標（法則は，これら条件の変化） 物質波
測定	不確定性原理
物理量〈力学変数・力学量	相補性原理 未知（ノン・エルミートV.O. 理論）
状態	重畳原理
時・空―空間	相対性理論

表に示されていない，根本原理を満足していない絶対系がまだある。[*1]

まず，素粒子 ―― ある素粒子に限定された各種の量である。このことは，すでに Heisenberg が研究している[※2]。一つ一つの素粒子 ―― 絶対 ―― に対応させず，素粒子というものを条件づけ，その相互の間の関係を示した方が，より好ましいように思われる。こうした一般化された統一理論が，ノン・リニヤーな表現でなければならないとは言えないにしても……。

つぎは，場の局所化の問題である。これらは Dirac や湯川等の研究が出発点であった。[※3]この V. O. 理論でも，この考えは取り入れられるべきであろう。これは，因果律へと導いてゆくにちがいない[*2]。

絶対がない，ということは，中間系であるということではない。観測された量は，すべて一つの決った値をとる必要があるし，2つの値を同時にとる様なことがあってはならない。あくまで，ある条件があって始めて絶対があると言える。

この原理は，相対性原理にも，量子力学の各種の原理にも矛盾しない。また，物理の一般的な基本原理にも矛盾しない。だから，この原理を，すべての構成要素と，その取扱いのすべてに於て満足する様に物理は作られなければならない。その最初の試が，このハミルトニアンの V. O. 化である。

§. 8　結　　論

$H=(F\ I)$ と $\Psi=\begin{pmatrix}\psi_f\\ \psi_i\end{pmatrix}$ で新しい素粒子論を構成することが可能になった。そして，それより生ずる二・三の重要なる新事実の内容について理解出来た。次には，たびたび説明した，自由粒子のエネルギーと相互作用のエネルギーの同時測定が出来ない（相補的である）物理的根拠と，エネルギー保存則では，その両者が，ベクトルの2成分とする様な関係にある物理的な実証とを求めなければならない。

自由粒子エネルギーと相互作用エネルギーとが，スカラー的な関係なのか，ベクトル的な関係なのかは，非常に重要な問題である。両者の同時測定が可能でないからベクトル的な関係にあるはずだという様な，簡単な推論にとどまることなく，一歩進んで，ベクトル的な関係になければならない，物理的な事例を求めなければならない。

――――1983年1月執筆。――

※1　自然は立体的であり，記述・説明，または，理論を構成する場合には，その立体のある切断面――4次元時空空間もその一つ――でしか表わし得ない。この平面のとり方が条件であり，この条件なしには，自然の記述は出来ない。

※2　こうした試は，すべての絶対を一つ一つ別個に条件づけるのではなく，統一的になされるべきものであろう。そうした将来には，この原理も，言葉ではなく数式化されたものになっているべきであろう。

参 考 文 献

■ 1　田島，中日本自動車短期大学論叢，6（1974），1
田島，中日本自動車短期大学論叢，7（1977），1
田島，中日本自動車短期大学論叢，10（1980），13
田島，中日本自動車短期大学論叢，12（1982），45
■ 2　W. Heisenberg, Rev. Mod. Phys，29（1957），269，etc.
■ 3　H. Yukawa, Phys. Rev，76（1947），300：77（1950），219, etc.