

応力集中により塑性変形を起す切欠き底の応力計算

(航空機構造の疲労)

面 高 和 光

ま え が き

今日航空機の新機種開発に当っては、量産機の生産に入る前に、先ず、構造試験用に二機を製作し、最初の一機で静荷重試験を行い、次の一機で全機疲労試験を行うのが普通である。最初に静荷重試験によって、設計の静強度に対する完全さを実証し、次いで、疲労試験をスタートさせ、疲労試験によって、相当の飛行時間の安全さが確認された後、はじめて、飛行試験機の初飛行に入ろうという思想である。これらの、飛ぶことは出来ないが、ほぼ、実機に近い機体を使つての試験は、契約に要求されているか、要求はなくても、メーカーが開発の目標に掲げた、性能、信頼性、整備性を実証し、顧客の関心を高め、量産機の販路を拓けるのが、第一のねらいであるが、この他に、メーカーサイドとしては、起るべき不具合、または、故障(新機種の開発では、多かれ、少かれ、必ずある)を、できるだけ、早く起らせて、その性情を知り、速やかに、その対策を樹てたいという願ひがある。疲労試験機、飛行試験機、量産機と、相当の飛行時間の間隔を置いて、飛行時間が消化されて行くので、疲労試験機で発見された構造上の不具合は、その性状の他に、発生の時期、不具合の進行等の、時間的情報も同時に得られるので、生産ライン上の量産機、就航中の航空機に対して、同種不具合が発生する前に、適切な点検、検査の方法、および、修理法を、指示することができる。一機数億円から数十億円もする機体を使つて、全機疲労試験を行うのは航空機が地上の乗物と違って、万一、重大な構造強度上の故障を生じた場合、有名なコミット機の疲労被壊による事故の例をあげるまでもなく、多数の人命を危くするおそれが極めて大きいこと、また、幸いに事故には至らなくても、同種不具合の発生が予想される場合、就航中の全機に対して、必要な点検、修理を要請しなければならない。この費用は契約上の保証飛行時間、または、保証期間中は、メーカーの負担であり、さらに、修理のため航空機のグラウンドを余儀なくされた運航業者に対する損害の補償などを考えれば、その金額も馬鹿にならない。それよりも、顧客のメーカーに対する信用の下落、販売契約の解消、新規契約の不成立等の方が、企業の経営を危くする程に大きい、費用はかかっても、疲労試験を行うのが、結局は得策ということになる。

次に視点を變えて、工学技術の面から、全機疲労試験をしないで、航空機構造の疲労寿命を予測する方法はないのであろうか。全機の疲労試験でなく、疲労強度の弱そうな、あるいは、静荷重に対する設計上のマージンの少い主要部材に目をつけ、このような構造部材に対して、全機疲

劣試験に使用すると同じ荷重スペクトル（変動荷重）をかけて試験する。いわゆる、部分疲労試験を行なうことがある。部材に加える荷重の方向、大きさが明確であるので、後述する累積損傷計算による寿命予測結果と対比するのに便利である。しかし、筆者の乏しい経験から云えば、全機疲労試験で実際に疲労破壊を起した部材は、必ずしも最初に予想し、標定して置いた部材とは限らなかった。機体構造のどの部材が最も疲労に弱いか予想することが、実は非常に難しいのである。この為にも、先ず、計算によって、航空機構造の主要部位について、その寿命を推定することができれば好都合である。従来から、この種の寿命計算は行なわれて来たが、残念ながらその結果は、実際の部分疲労試験の結果と、うまく適合しなかった。その原因について、いろいろの研究と実験が行われて来た結果、今日では、かなりの精度を以て、寿命の予測ができるようになった。筆者は以前、航空機の技術部門にあって、二三の機種について、全機疲労試験、あるいは、主要構造の部分疲労試験の計画、実施、解析に従事した、その経験、知識を基に、航空機構造の疲労について、少し述べてみたい。

I 繰り返し荷重と疲労との関係

航空機等に作用する外力は変動荷重である。たとえば、航空機の機体を受ける荷重パターンは模式的には、図1(a)に示す飛行パターンの繰り返しであり、また、各飛行は同図(b)に示すように、いくつかの荷重ブロックに、図の順序に分割される。一方、各荷重ブロックの荷重と頻度の関係は、ある統計的確率分布同図(c)を有し、中には10,000回の飛行で数回しか生じない荷重も存在する。これを計算処理するために、1飛行当りの荷重頻度を小数以下必要桁まで求め、一回の飛行分の頻度としては、整数部だけを取り、小数部は次回の飛行に積み上げて行く $L_o \rightarrow H_i$ 方式に整理する。このように荷重とその頻度を合理的に、ある順序に並べたものを荷重スペクトルという。なお、航空機では、図1¹⁾(a)に点線で示したような Ground-air-Gr-

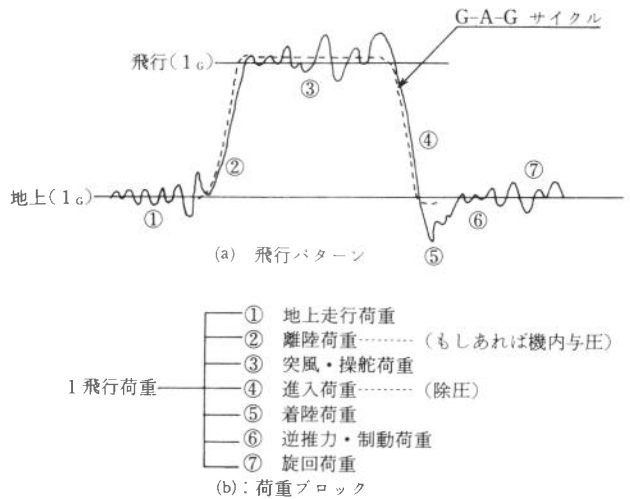


図1¹⁾ 飛行パターンと荷重

ound (略してG-A-Gサイクル)のマクロ的变化が必ず一飛行に一回生ずる。これを、先のミクロ的荷重変化と組み合わせて、荷重スペクトルを構成する。

(1) S-N曲線

金属材料の試験片を用意し、これに一定振幅の繰り返し荷重を負荷して、試験片が、破壊するまでこれを繰り返す。試験片の正味断面に生ずる最大平均応力を S_{max} 、最小平均応力を S_{min} とするとき、 $S_R = S_{max} - S_{min}$ のことをストレス・レンジと称する、ストレス・レンジは応力振幅の2倍で一定である。また、 $S_m = (S_{max} + S_{min}) / 2$ 、を平均応力と云う。試験片が破壊するまでの荷重の繰り返し回数を N とする。平均応力、 S_m を一定にして、 S_R を異にする一定振幅の繰り返し試験を同類の試験片(同一材料、同一寸法)を使って実施し、その結果を、縦軸に S_R 、横軸に破壊までの繰り返し回数 N をとり、対数座標軸で示したものを、S-N曲線と云う。S-N曲線には、平滑な切欠きのない試験片についてのデータと、切欠きを有する試験片についてのデータの両方がある。図2-1、図2-2、にその例を示す。 S_R はいずれの場合も正味断面平均応力に表示されている。切欠き底に生ずる局部応力は応力集中のため、断面平均応力 S よりも、遙かに大きい。切欠き底の応力を S と区別するために σ であらわすことにする。

切欠き底の応力変動を図式的に表現すると、図3のようになる。すなわち、それまでの荷重によって点①にあった切欠き底応力は、新たに加えられた平均断面応力 S により点②まで上り、次に荷重除去すると点③に来る。

(2) 累積損傷理論

1945年にMinerが提唱した仮説で、累積損傷理論と呼ばれている。ある構造に加えられる i 番目の変動荷重によって生ずる応力レベル($S_R = S_{Ri}$ 、 $S_m = S_{mi}$)の繰り返し回数を N_i とする。一方、平滑試験片による同一材料についてのS-Nデータから、構造の応力レベル(S_{Ri} 、 S_{mi})に対する、破壊までの回数、 N_i を知る。Minerによれば、この構造は、

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (\text{簡単に、} \sum \frac{n}{N} = 1 \text{と書くことも多い})$$

になったとき破壊する。というのである。 i 番目の応力レベルで、線形的に n_i / N_i の疲労損傷を蒙り、損傷が累積して1になったとき破壊するという、簡単な法則である。

地上の乗物のように、安全率を大きくとり、応力集中部に於ても、その局部応力が降伏点を超えない設計にしておけば、応力集中する切欠き底の応力 σ_i は、理論応力集中係数、 K_T を用いて、 $\sigma_i = K_T \cdot S_i$ とあらわすことができる。 S_i は平均断面応力(公称応力)である。平滑試験片のS-Nデータを使って、 $K_T \cdot S_i$ の応力レベルに対応する N_i を知ることができるから、累積損傷理論を用いて寿命計算が可能である。図3の②の所に示すように、切欠き部には、切欠き底の最大局部応力から、公称応力に至る、いわゆる応力勾配が存在する。前述の平滑試験片のS-Nデータを使用しての寿命計算では、この応力勾配の影響が無視されている。正確に計算するには、実際の構造と同じ切欠きを持つ、切欠き試験片のS-Nデータを使用して、公称応力 S_i の応力レベルに

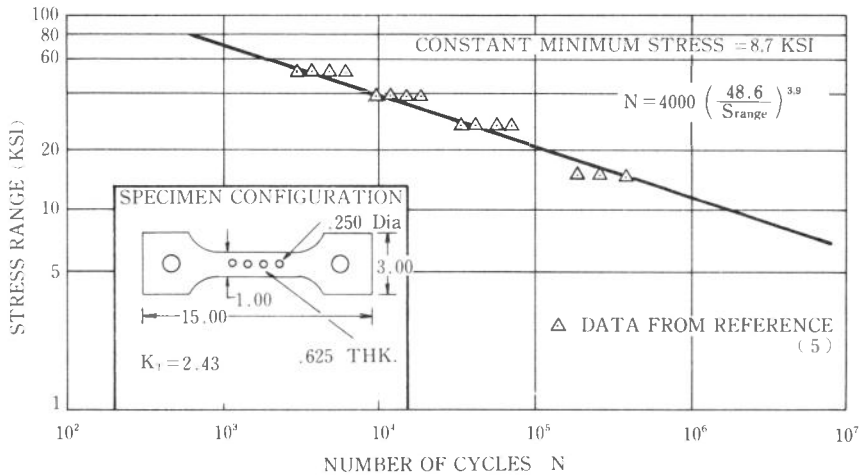


図 2 - 1²⁾ CONSTANT MINIMUM STRESS S/N CURVE FOR 7075-T6 ALUMINUM

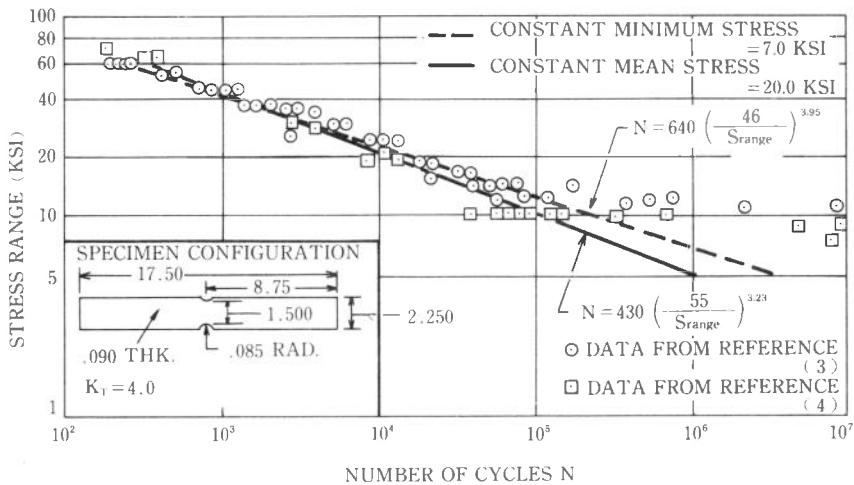


図 2 - 2²⁾ S/N CURVE FOR 7075-T6 ALUMINUM²⁾

対応する N_i を知り、この N_i を使用して累積損傷理論により、寿命計算するのがよい。

航空機に対しても、以前は、平均断面応力にもとづく、単純な Miner 法を適用して、疲労寿命を推定していた。しかし、その結果は、まえがき、で述べた部分疲労試験の結果と大きくはずれることが多かった。従って、計算による寿命の推定は、気休めにやってみただけ、程度の意味しかなかった。

航空機構造は重量軽減のため、一般に、安全率を低くおさえて設計しているので、応力レベルが高く、通常荷重においても、応力集中部では、局部応力が塑性域に入ってしまう。したがって

上記のような線形理論では不十分であることが、有名なコメット機の事故、その他、種々の実際例でも明白になっている。一例をあげれば、寿命の早い時期に、一回、あるいは、数回の大きな荷重をかけるか、かけないかで、寿命が大きく違ってくる。大きい荷重を、ただ一回かけるだけで疲労寿命が倍になり、大きい荷重を省けば寿命が半分になる。云うまでもないことだが、一回や数回の荷重の荷重では、 $\sum n/N$ の値は、ほとんど変わらない。しかるに、実際の寿命は2倍になったり、 $1/2$ になるのである。この二十数年の間、

この問題について、米国の NASA や、主要航空機メーカーの研究者の手によって、いろいろな研究や実験が数多く行われてきた。L. F. Impellizzeri²⁾は応力レベルの寿命に及ぼす影響を次の様に要約している。

(3) 応力レベルの寿命に及ぼす影響

(a) 高い正応力（引張り応力）の影響

高い引張り応力を、一回だけ、かけるよりは、同じ大きさの引張り応力を、ある間隔をおいて、定期的にかける方が寿命に有利である。その理由は、この高引張り応力のために、応力集中部の局部応力が引張り降伏点を超えて塑性ひずみを生じ、除荷しても、この塑性ひずみは、永久ひずみとして残る。しかし、周囲の弾性ひずみの部分が除荷につれて、ひずみ0の状態に戻ろうとし、塑性ひずみの部位に圧縮残留応力を生じさせる。図4参照。この圧縮残留応力が寿命に有利に働くのであるが、後につづく低応力レベルのサイクルによって、次第に、てい減して行く。そこで、ある適当な間隔をおいて高引張り応力をかければ、有利な圧縮残留応力を復活させることができるというわけである。特別な例であるが、荷重ブロック毎に一回ずつ高応力を負荷することによって、寿命試験のはじめに、同じ高応力を一回だけ負荷した場合の7倍に寿命が延びた。という試験結果が報告されている。

(b) 負応力（圧縮応力）の影響

圧縮応力は、せっかく、応力集中部に存在していた有利な圧縮残留応力を、減少、または、消滅させる。また、圧縮応力レベルが高いと、今度は有害な引張り残留応力が生じる。ある試験例では、スペクトル荷重の中で最高の応力（引張り）の直後に、たった一回の、負応力を加えただけで、寿命が $1/14$ になってしまった。 L_0-H_1 順負荷の一番最後に負応力をかけるのが、害が最

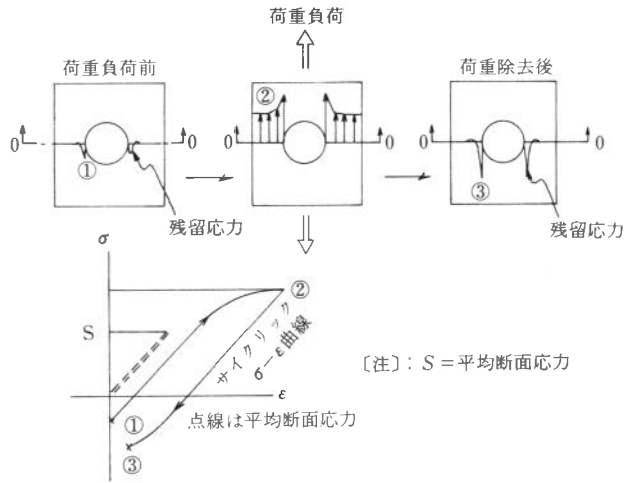


図3¹⁾ 切欠き底の応力変動状況

も大きい。これと反対に、最高の正応力の直前に負応力をかけるのは、この最高正応力が、応力集中部に降伏点を超える局部応力を生じさせるに足る大きさを持つ限り、その害は小さい。

(c) 負荷の順序の影響

こういう順序にすれば、損傷が一番大きくなるといった、そんな簡単な傾向らしいものはない。負荷順が、 $L_o \rightarrow H_i$, $H_i \rightarrow L_o$, $H_i \rightarrow L_o \rightarrow H_i$, あるいは、ランダム、いずれであるにせよ、寿命が最低となる順序といったものは考えられない。それぞれ固有のスペクトルの中味によってきまる。

(d) 低い応力レベルの影響

荷重スペクトルの中に、低い応力レベルが入っているため、寿命が短くなるのは、この低応力レベルによって、ひび割れの伸展が進

められる効果よりも、むしろ、応力集中部にあった有利な圧縮残留応力が減されて行く効果の方がずっと大きい。この有利な圧縮残留応力が存在していないときは、低応力レベルの存在は寿命にあまり関係しないことが判明した。有利な圧縮残留応力を消してしまう程の、大きさと頻度を持つ負応力が存在するときは、低応力レベルの影響は実質的に無くなってしまふので、疲労試験に低応力レベルを加える意義必要性はほとんど無くなる。これと反対に、有効な圧縮残留応力が存在している場合には、低応力レベルが寿命にかなりの影響をおよぼすから、そのような疲労試験には、この低応力レベルを必ず入れておくべきである。

(e) 設計制限荷重100%応力レベルの影響

設計制限荷重の100%応力レベルが高いか低いかは、破壊までの $\Sigma n / N$ の値に大きく影響する。設計制限荷重100%のことを簡単に、100% DLL (100% Design Limit Load) と書くことにする。100% DLL 応力レベルが非常に低くて、荷重スペクトル中の最高応力レベルに於ても、応力集中部の局部応力が全然降伏点を超えない場合には、勿論有利な圧縮残留応力といったものは発生しない。この場合、 $\Sigma n / N$ の値は1よりも幾分小さくなる。100% DLL の応力レベルが段々

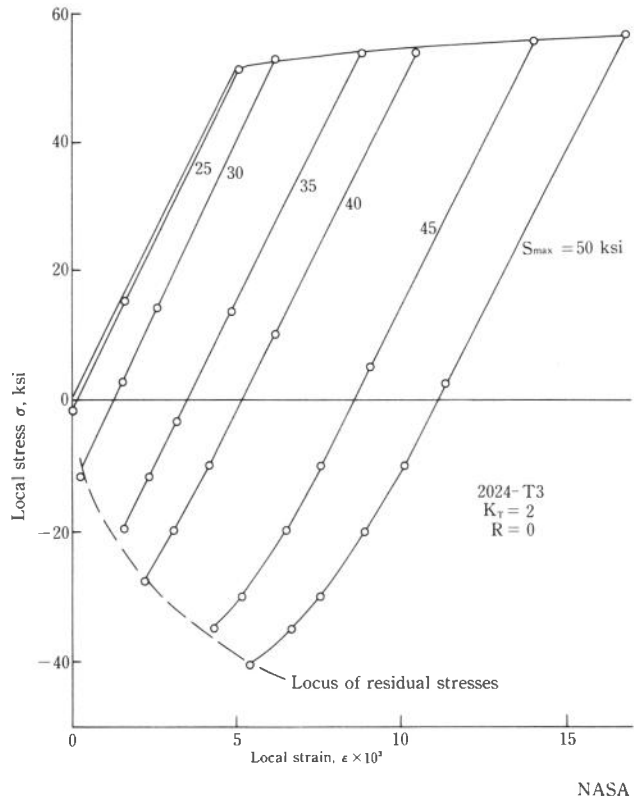


図 4⁶⁾ Local stress-strain curves for first cycle repeated (R = 0) loading.

高くなるにつれて、スペクトル中の最高応力レベルによって、圧縮残留応力が発生してくる。このため、 $\sum n/N$ の値は大きくなって行く。

以上のように、残留応力が疲労に大きな影響を与えることは分った。そこで、累積損傷の計算に、この残留応力の考えを導入すればよいわけだが、そのためには、次の二つの問題を解決しなければならない。その一つは、切欠き底の残留応力レベルをどのようにして求めるか、という問題であり、もう一つは、残留応力の効果を破壊までの回数 N に、どのように算入して行くか、という問題である。

この二つについて、次章、累積損傷計算手法の発展、において、論述することにする。

II 累積損傷計算手法の発展（残留応力を考慮に入れた）

先にI章の(2)項で述べたように、航空機の設計では、応力集中部の局部応力が容易に降伏点を越えて塑性域に入ってしまう。応力の集中する切欠き底の局部応力は、それが弾性域にある間は切欠き底の形状によって定まる所謂応力集中係数によって求めることができるが、局部応力が塑性域に入ってしまうと、もはや無力である。別に方法を考えねばならない。

(1) 切欠き底に生起する局部応力

切欠き底の応力変動については模式的に、先に図3で示したが、図4では、実際の材料2024-T3アルミ合金について、応力集中係数 $K_T=2$ の切欠き底の塑性域に於ける局部応力と局部ひずみの関係を応力-ひずみ線図であらわしてある。図中の S_{max} は平均断面応力、すなわち加えた荷重レベルを示している。 R はストレス・レシオ、すなわち、 S_{min} と S_{max} の比で、 $R=0$ ということは、 $S_{min}=0$ であること、云いかえれば、荷重を S_{max} までかけて、除荷することを意味している。 S_{max} が25 ksi以上では、切欠き底の局部応力が降伏点を越えて塑性域に入り、除荷後圧縮残留応力と永久ひずみ（塑性ひずみ）が残ることが分る。40 ksi以上では、圧縮残留応力が、早くも、弾性域に留まり得ず塑性域に入ってしまった。いわゆる、バウシinger効果（Bauschinger effect）があらわれている。註：1 ksi=10³psi≒0.7kg/mm²

塑性域の切欠き底応力の算出法を二三紹介する。

(a) C. R. Smith⁷⁾の方法

図4で示したように、公称応力（平均断面応力） S が大きくなるにつれて、塑性域の σ も僅かずつであるが増大する。 σ の増加は降伏点以降は大きくないので、これを一定であると仮定してよい。Smithはこの一定の値に、材料の $F_{0.2}$ （0.2%の永久ひずみを与える引張り応力）を採用した。また、荷重を除去した後、切欠き底に残る局部圧縮残留応力を求めるのに次式を提唱した。

$$\sigma_0 = \sigma - K_T S \quad (1)$$

ただし、 σ ：切欠き底の最大引張り応力

S ：公称応力の最大値

K_T ：弾性域の応力集中係数

この式の意味を模式的に示したのが、図5である。除荷時の応力-ひずみ曲線の勾配が、負荷時の曲線の弾性域部に平行になっている。

(b) H. F. Hardrath⁹⁾の方法

切欠き底の応力を求めるということは、公称応力 S と切欠き底の局部応力 σ とを関係づけることにほかならない。新しい、弾性域と塑性域の両方を通じて適用できる応力集中係数 K_p を考えれば

$$\sigma = K_p S$$

とあらわすことができる。

この K_p を塑性域まで含めた応力集中係数と呼ぶ。Hardrath と Ohman は直感的に、この K_p を求める式として次式を提唱した。

$$K_p = 1 + (K_T - 1) \frac{E_s}{E_\infty}$$

ここに、 K_T : 弾性域の応力集中係数

E_s : σ に対応するひずみを ϵ とするとき、 $\sigma = E_s \cdot \epsilon$ が成立つような E_s を割線係数と称する。

図6の E_s を参照せよ。

E_∞ : 公称応力 S に対応する E_s , すなわちヤング率 E のことである。

そこで、

$$\sigma = K_p S = S \left\{ 1 + (K_T - 1) \frac{E_s}{E_\infty} \right\} \quad (2)$$

図6のA点の応力は、後程II(2)項、応力-ひずみ曲線の所で説明するサイクリック応力-ひずみ曲線を使用して、(2)式より試行錯誤的に求めることができる。その理由は、(2)式の S , K_T , E_∞ は既知であるから(2)式は σ と E_s の関係をあらわしている。 E_s の値を仮に定めれば(2)式より σ の値が計算できる。一方、サイクリック応力-ひずみ曲線上で、その E_s に対応する真の σ が定まる。この二つの σ が一致するまで、 E_s の値を変えて試行錯誤すればよい。サイクリック応力-ひずみ曲線と割線係数の関係を、図7に例示した。

次に除荷して行く際の応力は、図6のAを起点として、負の荷重を加えて行くと考えればよい。この負の荷重をかけている間、塑性変形が生じなければ、この際の応力集中係数は K_T であるから、たとえば、F点が除荷後の点であるとすれば、F点の残留応力 σ_0

$$\sigma_0 = \sigma_{max} - S_{max} \cdot K_T$$

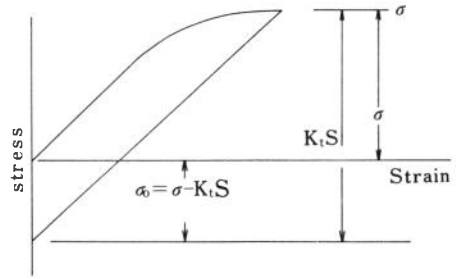


図5²⁾

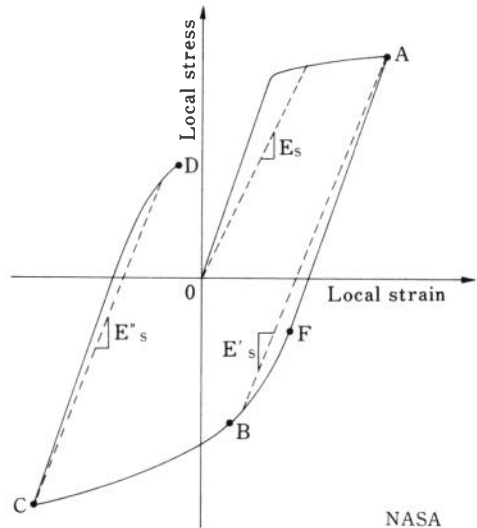


図6⁹⁾ Local stress-strain curve for first cycle of loading.

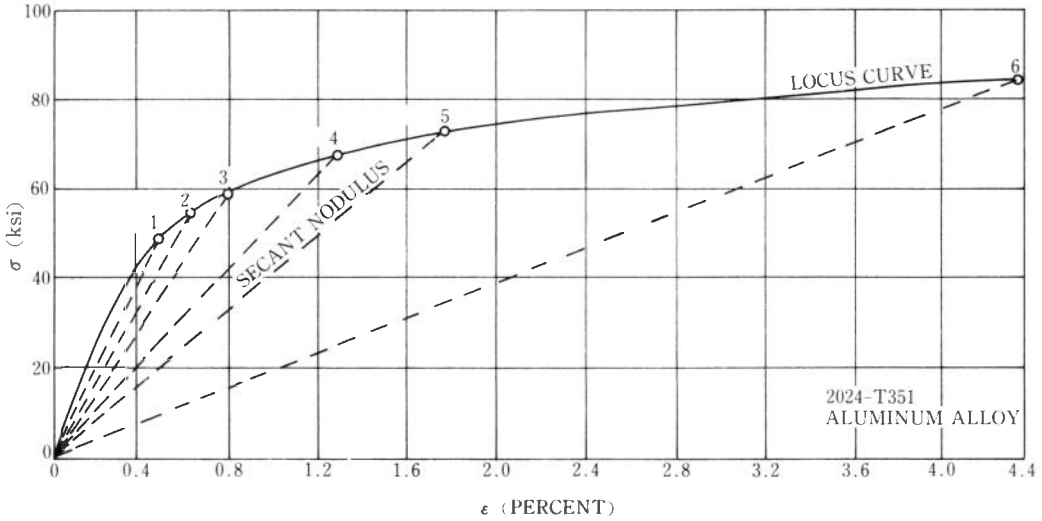


図7⁹⁾ Secant moduli employed in the determination of fatigue stress-concentration factors.

$$= S_{max} (K_p - K_T) \quad (3)$$

しかし、局部圧縮応力が塑性域に入って降伏を生ずることになれば、もはや、 K_T は使用できない。そのときは(2)式で採用した割線係数と類似の割線係数を E_s' を使用して、A点を原点として、塑性域の圧縮残留応力を次の(4)式で求めることができる。

$$\sigma_0 = S_{max} (K_p - K_p') \quad (4)$$

ここに K_p' は負の負荷(除荷)に対する塑性域応力集中係数であり、次式で求まる。

$$K_p' = 1 + (K_T - 1) \frac{E_s'}{E_\infty}$$

図6のOABCであらわされる局部応力の全域にわたって、 σ の値は(4)式を拡張した次の(5)式で求めることができる。

$$\sigma = S_{max} K_p - (S_{max} - S) K_p' \quad (5)$$

上式で、 S は求める σ に対応する公称応力である。同じような考え方をCDにも展開して、C点からの正の負荷に対しても、適切な割線係数 E_s'' を見つけて、任意の負荷に対する局部応力を計算することができる。その式は(5)式に新しい項を追加して、次のようになる。

$$\sigma = S_{max} K_p - (S_{max} - S_{min}) K_p' - (S_{max} - S) K_p'' \quad (6)$$

$$\text{ここに、} K_p'' = 1 + (K_T - 1) \frac{E_s''}{E_\infty}$$

上に導いた各式は(2)式と同様、誤行錯誤的に解かねばならないが、収斂が速いので、ほんの数回の試行で解に到達できる。それから Crews, Hardrath によれば、塑性域まで含む応力集中係

数 K_p を割線係数を使ってあらわす近似式は、少くとも、1乃至2%までの小さな塑性ひずみを生じさせるような応力集中部の塑性域局部応力の計算であれば、工学上、さしつかえのない程度の正確さを与える、としている。

(c) L. F. Impellizzeri²⁾の方法

塑性域まで含めた応力集中係数 K_p と、塑性域まで含めたひずみ集中係数 K_e を導入するとき、従来の弾性域応力集中係数 K_T と K_p 、 K_e の間に、

$$K_T^2 = K_p \cdot K_e \quad (7)$$

なる関係が近似的に成立つことを Neuber が提唱した。Impellizzeri は、この Neuber Rule を使って、 σ の値を公称応力 S から計算する方法を提案した。以下その方法について説明する。

K_p 、 K_e の定義から、

$$K_p = \frac{\sigma}{S}, \quad K_e = \frac{\epsilon}{e}$$

- こゝに、 σ : 切欠き底の局部応力
- ϵ : 切欠き底の局部ひずみ
- S : 公称応力 (平均断面応力)
- e : 公称ひずみ (断面の平均ひずみ)

これを Neuber Rule に入れると、

$$K_T^2 = \frac{\sigma}{S} \cdot \frac{\epsilon}{e} \quad (8)$$

航空機構造に於ては S と e は弾性域にあるように設計されているから

$$S = E \cdot e$$

これを Neuber Rule に入れて変形すると、

$$\frac{(K_T \cdot S)^2}{E} = \sigma \epsilon \quad (9)$$

(9)式の左辺の K_T 、 S 、 E は既知であるから、 $\sigma \epsilon$ の値が計算できる。あらかじめ、その材料について、試験片による塑性域にわたる引張り試験を行って弾性域および塑性域にわたる $\sigma - \epsilon$ 曲線を作成しておけば、この $\sigma - \epsilon$ 曲線を基に、 $\sigma - \sigma \epsilon$ 曲線を作成することができる。この $\sigma - \sigma \epsilon$ 曲線の $\sigma \epsilon$ 軸上に、先に(9)式で求めた $\sigma \epsilon$ の値をとり、対応する σ の値を読めば、所望の、公称応力 S に対応する切欠き底の局部応力 σ が求まる。図8に2024-T3の $\sigma - \sigma \epsilon$ 曲線を示した。図中に S を知って σ を求める計算例を示してある。 $\sigma - \sigma \epsilon$ 曲線は K_T の値にかかわらず使用できるので都合がよい。

σ が求まれば、これを基にして、除荷後の圧縮残留応力 σ_0 をを求めることができる。除荷後の点が、図6上のF点の如く、材料の圧縮弾性域内にあれば、(1)式および(3)式と同じように、

$$\sigma_0 = \sigma - S \cdot K_T \quad (10)$$

この圧縮残留応力の大きさに対応する公称断面応力は $(\sigma - S \cdot K_T) / K_T$ である。所で、除荷後の

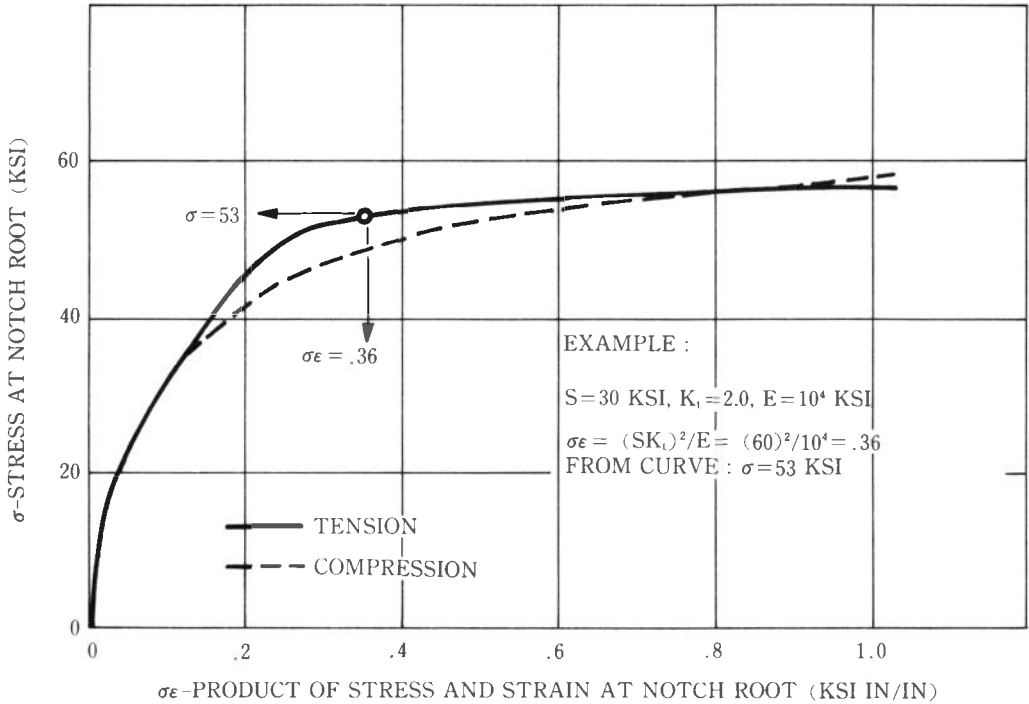


図 8²⁾ STRESS VERSUS PRODUCT OF STRESS AND STRAIN FOR 2024-T3 ALUMINUM

切欠き底の局部圧縮残留応力が塑性域に入ってしまうと、もはや、(10)式は使えない。しかし、その塑性域の局部圧縮残留応力に対応する公称断面応力は $(\sigma - S \cdot K_T)/K_T$ であることに変わりはない。云い換えれば、圧縮公称応力 $(\sigma - S \cdot K_T)/K_T$ により塑性域の局部圧縮応力 σ_0 が生ずることになる。従って(9)式と同様に、Neuber Ruleを使用して、

$$\sigma\epsilon \text{ (圧縮)} = (\sigma - S \cdot K_T)^2/E \quad (11)$$

Impellizzeriは、(10)式により $(\sigma - S \cdot K_T)$ を計算してみて、得られた圧縮応力を、材料の比例限 F_{ip} と比較することを勧めている。もし、その値が、 F_{ip} より小さければ、局部圧縮残留応力は未だ弾性域内にあるわけだから、この値が求める局部残留応力である。もし、その値が F_{ip} より大きいときは、その値を(11)式に代入して $\sigma\epsilon$ を計算する。そして先に述べた $\sigma\epsilon - \sigma$ 曲線から圧縮残留応力 σ_0 の値を求める。

図 6 の C 点は、引張り公称応力 S_{max} をかけ、除荷後ひきつゞき S_{min} の圧縮公称応力をかけたときの切欠き底の局部応力、局部ひずみを示している。C 点の局部応力 σ_{min} は、次の例題で示すように計算することができる。今 $S_{max} = 30$ ksi (引張り応力)、 $S_{min} = 30$ ksi (圧縮応力) とすれば、 σ_{max} は図 8 中の計算例で計算したとおり、 $\sigma_{max} = 53$ ksi である。 S_{max} を除荷した後の残留応力 σ_{oc} は(10)式より

註： σ_{oc} の添字 oc は除荷後の圧縮応力を意味する。

$$\sigma_{oc} = \sigma_{max} - S_{max} \cdot K_T = 53 - 30 \times 2 = -7 \text{ ksi}$$

この値は2024-T3の比例限 $F_{tp} \approx 32 \text{ ksi}$ より小さいから、 -7 ksi は除荷後の局部圧縮残留応力である。次にC点の σ_{min} は、 σ_{oc} を求めたと同じ手続きによって、

$$\sigma_{min} = \sigma_{max} - (S_{max} - S_{min}) K_T = 53 - (30 + 30) \times 2 = -67 \text{ ksi}$$

この値は F_{tp} より大きいから、(1)式を用いて、

$$\sigma_\epsilon (\text{圧縮}) = (-67)^2 / 10^4 = 0.45 \text{ ksi}$$

図8の $\sigma - \sigma_\epsilon$ 曲線に、この σ_ϵ の値0.45を入れて

$$\sigma_{min} = -54 \text{ ksi}$$

さらに、圧縮荷重 S_{min} を除荷した後、切欠き底に残る引張りの残留応力(図6のD点に相当)は

$$\sigma_{ot} = \sigma_{min} - S_{min} K_T = -54 + 30 \times 2 = 6 \text{ ksi}$$

上に述べた方法で、公称応力レベルをいろいろ変えて計算した結果を、図9に示す。◎印のデータはCrews¹⁰⁾の行った実験からとったものであり、 σ_{max} 、 σ_{oc} の計算値は実験値と大体よく合っているが、 σ_{min} 、 σ_{ot} はそれ程でない。これは疑いなく、引張りと圧縮の応力-ひずみ曲線の差異によるものである。図8の破線は2024-T3アルミ合金の圧縮の応力-ひずみ曲線から求めたものであり、この曲線を使って計算した結果を図9に破線で示してある。前よりは、よく実験値に合っている。

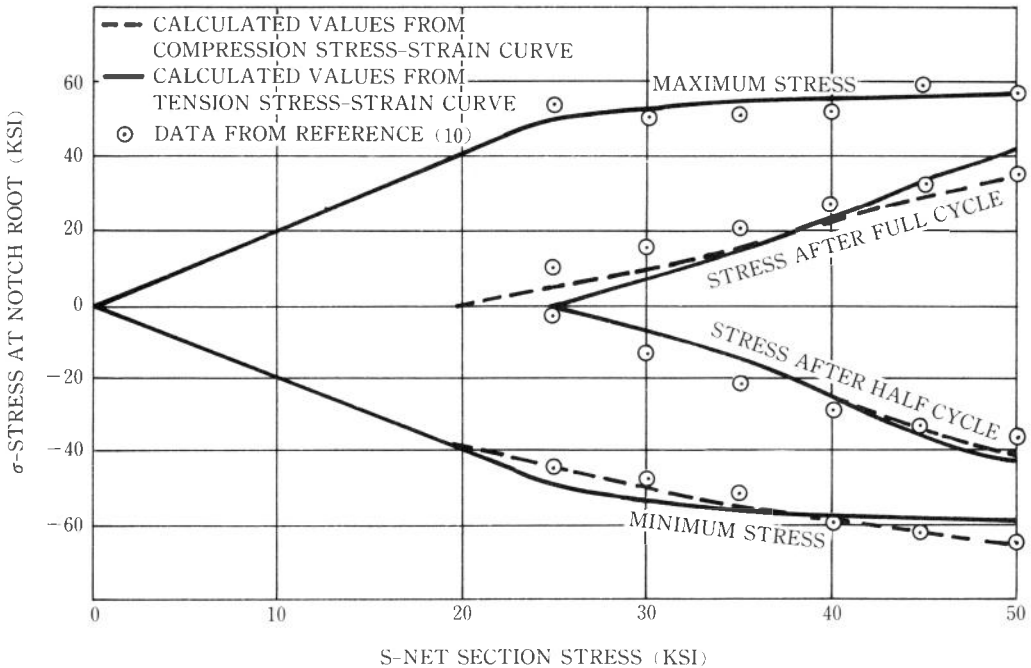


図9²⁾ COMPARISON OF CALCULATED AND MEASURED STRESS LEVELS AT THE NOTCH ROOT OF A 2024-T3 ALUMINUM SPECIMEN WITH $K_t = 2.0$

Impellizzeriの方法は、当初の引張り荷重除荷後、切欠き底に残る圧縮残留応力とひずみの関係は依然として、その材料の圧縮応力-ひずみ曲線と同じ関係を維持している、と仮定している。即ち、Bauschinger effectを無視していることを付記しておく。

(2) 応力-ひずみ曲線

これまで、応力-ひずみ曲線と云えば、連続的に荷重を増加して行くときの応力とひずみの関係を示す曲線を指している。このよく知られている応力-ひずみ曲線をモノトニック応力-ひずみ曲線 (monotonic stress-strain diagram)と呼ぶことにする。金属材料に引張り荷重を加え塑性変形を起させた後荷重を取り、引続いて今度は同じ大きさの圧縮荷重をかけ、これを元に戻す。これを繰り返す場合、二回目からは、引張り、圧縮の両ひずみが一回目と同じであるように管理して負荷を繰り返せば、図10、

図11に示すように、同じひずみを起させるに必要な応力の値が変わって行く。同じひずみを起させるに必要な応力が次第に低下して行くのは、材料が繰り返し荷重によって軟化していることを示し、逆に、必要な応力が増加して行くのは、材料が硬化していることを示している。図11に示すように、このような応力変動も繰り返し回数が増えるにつれて、次第におさまり、やがて安定する。安定に要する回数は、疲労破壊までの繰り返し回数(寿命)の10~20%である。ひずみ振幅をいろいろ変えて、試験片によるサイクル試験を行い、安定した後のヒステリス・ループの先端を結んで行くと、図12に示すような一つの曲線が得られる。この曲線をサイクリック応力-ひずみ曲線

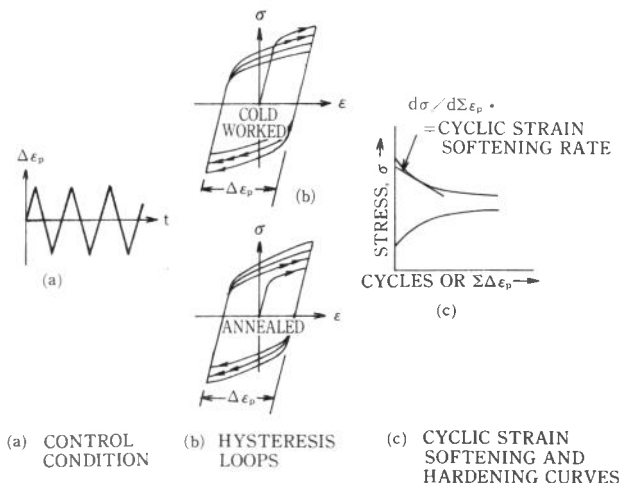


図10⁹⁾ Schematic representation of material response to reversed strain cycling.

図11に示すように、このような応力変動も繰り返し回数が増えるにつれて、次第におさまり、やがて安定する。安定に要する回数は、疲労破壊までの繰り返し回数(寿命)の10~20%である。ひずみ振幅をいろいろ変えて、試験片によるサイクル試験を行い、安定した後のヒステリス・ループの先端を結んで行くと、図12に示すような一つの曲線が得られる。この曲線をサイクリック応力-ひずみ曲線

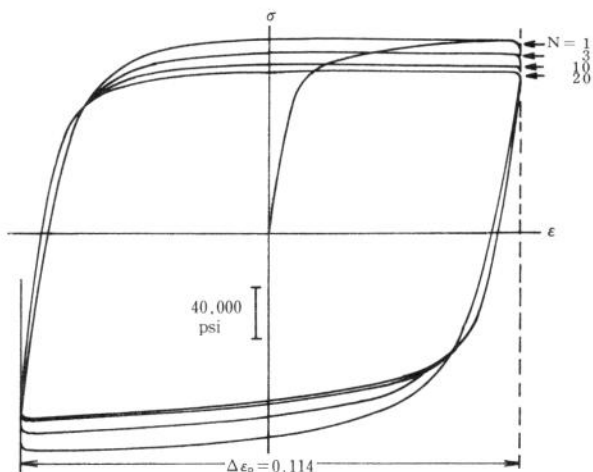


図11⁹⁾ Stress-strain response of a low carbon martensite steel during completely reversed strain cycling. This material exhibits cyclic softening.

と呼ぶ。図10に示したように、冷間加工した材料は繰り返し荷重によって軟化し、反対に、焼鈍した材料は硬化する。図13に、いくつかの材料について、モノトニック応力-ひずみ曲線とサイクリック応力-ひずみ曲線を示した。サイクリック曲線がモノトニック曲線の上方にある場合は材料が硬化することを示し、下方にあれば軟化することを示す。S. S. Mansonはモノトニック応力-ひずみ曲線の特徴値である引張強さ F_{tu} と0.2%永久ひずみ降伏点 F_{ty} の二つ値の比をとって、 $F_{tu}/F_{ty} < 1.2$ であれば軟化が起り、 $F_{tu}/F_{ty} > 1.4$ であれば硬化を起すと云っている。

1.2と1.4の間の材料については何も言及していないが、工学で使用される、たいいていの材料について、この予測は当てはまる。ただし、アルミ合金2024および7075については、彼の予測は当てはまらないことが指摘された。この二つのアルミ合金の F_{tu}/F_{ty} の比は、約1.15で1.2より小さいが、硬化の性向を示している。2024-T4のひずみを一定の1.20%に保って、繰り返し荷重して行くととき応力振幅は、はじめの52ksiから68ksiに増えて行く、7075-T6について同じことをすれば、応力振幅は72ksiから75ksiに増大する。

切欠き底に於て、材料が局部的に塑性変形をしているとき、この局部は周囲の弾性域に留まっている材料

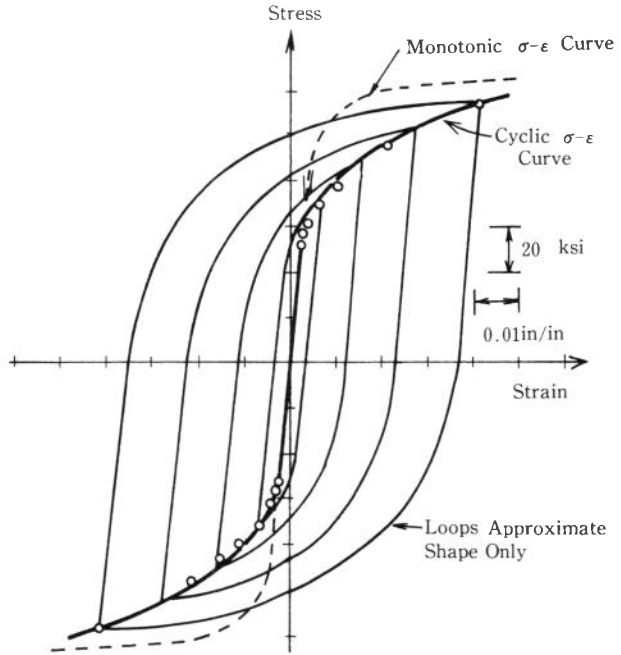


図12⁹⁾ Monotonic and cyclic stress-strain curves for SAE 4340 steel. Points are tips of stable loops from companion specimens.

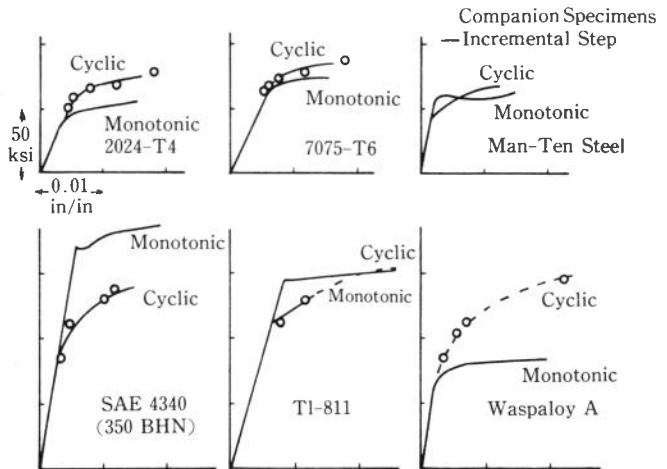


図13⁹⁾ Monotonic and cyclic stress-strain curves for several materials.

から、実は、ひずみをコントロールされている。したがって、切欠き底の局部応力を求める際に、モニタリング応力-ひずみ曲線を使用するのは誤りであることが分る。普通の平滑試験片による一定振幅荷重 $S-N$ データを使って、切欠きを有する供試品の累積損傷を推定する場合、平均応力やストレス・レンジの計算には、このサイクリック応力-ひずみ曲線の使用が必要となる。しかし、供試体と同じ形態の切欠きを持つ供試体について、一定振幅荷重 $S-N$ データが既にあって、これを使えるときは、モニタリング応力-ひずみ曲線を使用しても一般にさしつかえない。その理由は、切欠き底の塑性変形を起した材料は、一定振幅の繰り返し試験でも、変動振幅の繰り返し試験でも、実質的に同一の安定過程を辿るので、ストレス・レンジが同じになるからである。残留応力を考慮した際の平均応力の計算に、モニタリング応力-ひずみ曲線を用いて計算するのは、厳密には正しくないが、ストレス・レンジさえ正しく計算できれば、平均応力の方はさほど問題にしなくてよい。

(3) 低応力レベルのサイクルによる残留応力のてい減

I(3)(d)項で説明したように、疲労寿命に有利に働く圧縮残留応力が、これにつづく低応力のサイクルによって、てい減して行く事実を述べた。この残留応力てい減の理由は十分に解明されていないが、累積損傷計算には、この影響を織り込む必要がある。応力てい減の割合は、材料の種類、荷重の応力振幅とひずみ振幅によって変る。Impellizzeri²⁾は、この低減の割合を簡単に、これらの要素を掛け合せたもので近似することにした。荷重1サイクル毎の残留応力のてい減率 dr/dn を次の(12)式であらわした。

$$dr/dn = -a r \epsilon_R \sigma_R / F_{ty} \quad (12)$$

ここに、 σ_R ：負荷による切欠き底のストレス・レンジ ($\sigma_{max} - \sigma_{min}$)

ϵ_R ：負荷による切欠き底のストレイン・レンジ ($\epsilon_{max} - \epsilon_{min}$)

a ：材料によって定まる比例定数で、実験的に定める。

F_{ty} ：材料の降伏強さ

r ：残留応力、この項を右辺に入れたのは、境界条件として、 $r=0$ のとき dr/dn が0となるようにするため。

(12)式を積分すれば、

$$r = r_0 \exp \{ -a n \epsilon_R \sigma_R / F_{ty} \}$$

r_0 は $n=0$ に於ける残留応力レベルをあらわす。 $\sigma_R \cdot \epsilon_R$ の値を公称応力(平均断面応力)を以てあらわせば、(9)式より $\sigma_R \cdot \epsilon_R = (K_T \cdot S_R)^2 / E$ であるから、上式は、

$$r = r_0 \exp \{ -a n (K_T \cdot S_R)^2 / E \cdot F_{ty} \} \quad (13)$$

となる。

(4) 破壊までのサイクル数に及ぼす残留応力の影響

残留応力があれば、破壊までのサイクル数がどれだけ延びるかを考えよう。図2に示すように、 $S-N$ 曲線は、直線で近似しても、精度はさほど損われない。近似した直線の式は次式で与えられる。

$$N = N_1 (S_1 / S_R)^{m_0} \quad (14)$$

N_1 と S_1 は、 $S-N$ 曲線上の任意の代表値である。 N_1 は破壊までのサイクル数、 S_1 はこの N_1 に対応するストレス・レンジである。定数 m_0 は、対数座標軸系で引かれた直線の勾配をあらわしている。切欠き底に残留応力があれば、そのために、新しく負荷するサイクル荷重の平均応力は変るがストレス・

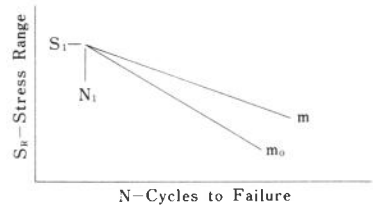


図14²⁾

レンジは変わらない。図2-2は一定振幅荷重による疲労試験データであるが、図中実線は平均応力一定の $S-N$ データであり、破線は平均応力が変化している $S-N$ データである。この二つの $S-N$ データから分かるように、ストレス・レンジの比較的小さい所では、平均応力の影響が大きいが、ストレス・レンジが大きくなるにつれて、平均応力の影響は小さくなる。つまり、ストレス・レンジが大きくなると、平均応力は破壊までの回数(寿命)に影響しなくなるので重要でなくなる。図14で勾配 m_0 の直線は、一定振幅荷重の $S-N$ データを示す。勾配 m の線は応力レベル S_1 の前荷重によって齊された残留応力によって、破壊までのサイクル数が増加する様をあらわしたものである。残留応力 r による N の増加が、ストレス・レンジが大きくなるにつれて小さくなることは、これまで行われた一定振幅荷重の疲労試験結果によって、実験的に立証されている。Impellizzeri²⁾は m と r の関係を次式で仮定してみた。

$$m = m_0 (1 - r / 2 F_{cy})^2 \quad (15)$$

注意しておくが、圧縮残留応力に対しては上式の r は負の値をとる。その場合右辺の括弧内の値は1より大きくなる。逆に、引張り残留応力に対しては r は正であり、従って括弧内の値は1より小さくなる。(14)式(15)式の r に使用すべき残留応力の定義をはっきりしておこう。断面平均応力を一定にしてあらわした突風荷重スペクトルのときは、 r はそれまでの荷重経歴から生じた切欠きの底の現存平均応力と、これからかけようとする荷重によって切欠き底に生起するであろう平均応力との差であると定義する。飛行荷重のように断面最小応力を一定にしてあらわした飛行運動荷重スペクトルのときは、 r はそれまでの荷重経歴から生じた切欠き底の現存最小応力と、これからかけようとする荷重により切欠き底に生起するであろう最小応力との差であると定義する。

あ と が き

残留応力の効果をこのII章で述べた手法を用いてどのように計算するか、またその計算結果が実験結果と、どのような適合性を示すかは、実際の疲労寿命予測の計算例とともに、また別の機会に紹介することにした。

参 考 文 献

- 1) 遠藤賢ほか, "低サイクル荷重の疲労寿命計算法" 川崎技報No52 Feb. 1974.
- 2) L. F. Impellizzeri, "Cumulative Damage Analysis in Structural Fatigue" Proceedings of the 1968 Fall

Meeting of the American Society for Testing and Materials.

- 3) E. C. Nauman, and R. L. Schott, "Axial-Load Fatigue Tests Using Loading Schedules Based on Maneuver-Load Statistics. NASA TN D-1253 (1962).
- 4) E. C. Nauman, H. F. Hardrath, and D. E. Guthrie, "Axial Load Fatigue Tests of 2024-T3 and 7075-T6 Aluminum-Alloy Sheet Specimens Under Constant-and Variable-Amplitude Loads," NASA TN D-212 (1959).
- 5) McDonnell Report NO. 513-547, "Fatigue and Exfoliation Corrosion Properties of 7178 and 7075 Aluminum Alloys", August 1966.
- 6) J. H. Crews, Jr. and H. F. Hardrath, "A Study of Cyclic Plastic Stress at a Notch Root." presented at SESA Meeting, May 1965.
- 7) C. R. Smith, "Small Specimen Data for Predicting Fatigue Life of Full Scale Structure, ASTM Special Technical Publication 338, 1962.
- 8) H. F. Hardrath, and L. Ohman, "A Study of Elastic and Plastic Stress Concentration Factors due to Notches and Fillets in Flat Plates." NASA Report 1117, 1953.
- 9) B. M. Wundt, "Effect of Notches on Low-Cycle Fatigue, A Literature Survey," prepared for Metal Properties Council, the 75th Anniversary of the American Society for Testing and Materials.
- 10) J. F. Crews, "Local Plastic Stresses in Sheet Aluminum Alloy Specimens with Stress Concentration Factor of Two under Constant Amplitude Loading, NASA TN D-3152 (1965).