Scattering Cross-Section for Radiation Damage.

Takahiro Shirai

§1. Introduction

結晶を高エネルギーの放射線で照射すると，結晶内に格子欠陥が生じ，その結果種々の新しい物理的問題が生ずる。こうした radiation damage の研究には，二つの重要な意味がある。第一は物性論的な重要性であって，放射線照射によって出来る格子欠陥を研究することによって，格子欠陥を中心とする物性論に大きく寄与することができる。第二は実用的な問題である。放射線照射による性質の変化を利用して材料に新しい性質を与えるとか，新しい材料をつくることが出来る。さらに格子欠陥を中心とする物性論的な問題においては，次のような二つの重要な問題がある。第一は入射粒子線と固体内原子又は原子核との相互作用の問題で，入射粒子が固体内原子と衝突すると，電子状態の励起イオン化，格子欠陥の形成などが起る。第二は放射線照射によってどのような格子欠陥が出来，出来た格子欠陥がどのような挙動を示すかという問題である。

又一方， radiation damage は他の方法ではつくることのできないような格子欠陥の組合せを，結晶内につくることができるので，格子欠陥の研究に対して極めて有力な手段を提供するものである。これは欠陥の形成過程を離れて，格子欠陥自体の研究としても極めて興味深い問題である。

こうした radiation damage の問題は多くの場合，荷電粒子間の衝突の問題として取扱うことができる。この衝突の理論を基礎とした radiation damage の理論は，今日実験結果とかなりの一致を示しているが，それは決して充分だとはいゝ得ない。このような理論と実験の不一致を，理論の改良と実験の発展によって，少なくして行くことは，今日最も興味ある問題である。

従来物理学における最も重要な進歩の多くは荷電粒子の振舞いを研究することによってなされて来た。例えば Thomson の陰極線の研究は，電子を発見し，Rutherford のα線の散乱の研究は核の存在を予言した。さらに Franek-Hertz による原子にエネルギーの わかっている電子を あてる実験は，Bohr の仮定した定常状態の存在の最も直接的な証明を与えたこと等，上げれば数限りない。しかし衝突論の研究は量子力学の完成後1930年代前半まで盛んであったが，その後は理論的にも実験的にも下火となった。所が10年程前からそれが再び盛になって来た。その原因は，一つには実験技術の進歩により，いまゝで調べられなかった多くの過程が実験室で研究されるようになり，また以前に測られた量もさらに精度をあげて測られるようになったことが上げられよう。もう一つは，散乱の現象が素粒子物理学に限られた研究でなく， Plasma の研究も含む放電科学，放射線科学，宇宙空間科学等々，新しく，そして大きく伸びつゝある研究の諸分野で衝突論についての詳しい知識を強く要求しているからだといえよう。

その要求は，固体物理学においても全く同様で，特に完全理想結晶に関する理論が今世紀の始めにはすでにほゞ完成され，現在は現実結晶，即ち，不完全結晶とか結晶表面についての研究が要望される現状においては，衝突論から radiation damage への一連の研究は重要だろう。 そして，こうした固体物理学的問題の中にあって，散乱断面積は衝突現象におけるその特長を顕著に表するものであると共に，粒子の平均自由行路，各種の限界エネルギー等，種々な計算の基礎になるものである。

§2. Classical Theory

荷電粒子による radiation damage の問題を扱うためには，まず二つの荷電粒子の中心力場における衝突問題から始めなくてはならない。歴史的には，中心力に対する関心は，惑星運動という天文学上の問題から生まれて来た。しかし中心力による運動をそのような問題によってのみ考えなければならないという理由はない。Bohr 原子における電子軌道，或は中心力場による粒子散乱等は古典力学によっても研究できる。もちろん，粒子が原子的な尺度のものであれば，古典的な取り扱いによる特定の結果が物理的には正しくないことがしばしば起ることは予期しなければならない。なぜなら，そのような領域では一般に量子効果が大きいからである。しかしそれにもかゝわらず古典的な予言がかなりよい近似で有効な場合が多い。もっと重要なことは用いる力学が古典力学であろうと，量子力学であろうと同じようにこの現象を表わすことができるのである。

2.1 Central Force Field

古典力学において多くの場合，種々の力学的過程の性質についての結論が運動量又は角運動量とエネルギーの保存法則だけから導かれる。この場合これらの性質が過程に加っている粒子間相互作用の具体的な種類に全く関係しないということが本質である。又衝突が粒子の内部状態の変化をともなわない弾性衝突に対してエネルギー保存法則を適用する際に粒子の内部エネルギーを考慮に入れる必要はない。故に運動量の保存法則によって衝突後の両粒子の運動量も又互いに大きさが等しく，逆向きの方向を持ち，又一方エネルギーの保存法則によって，それらの絶対値の大きさは衝突前後で変化しない事が結論される。

所で二粒子衝突の結果を完全に決定する為には，粒子の相互作用の具体的法則を取り入れた運動方程式を解くことが必要であるが，直接運動方程式によらなくても，エネルギー及び角運動量の保存法則に基づいて容易に得られる。今，充分一般性を欠かない中心力場における粒子の軌道方程式は

$$\varphi = \int \frac{\frac{\rho}{r^2}}{\sqrt{1-\frac{\rho^2}{r^2}-\frac{2U}{mv^2}}}\,dr \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2\cdot1\cdot1)$$

によって与えられる。

物理学の実際問題としては，粒子束即ち散乱を問題にする。今微分散乱断面積を導入すれば，微分散乱断面積の散乱角に対する依存性は

$$d\sigma = \frac{\rho}{\sin\theta}\left|\frac{d\rho}{d\theta}\right| d\omega \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2\cdot1\cdot2)$$

なる関係で与えられる。これは散乱場の形によって完全に決定される。所で動かない力の中心による粒子束の散乱問題から，初め静止していた他の粒子による粒子束の散乱という実際問題に対して上式は微分散乱断面積の慣性中心系での角度に対する関係を与えている。

2.2 Coulomb Field

上議論における重要な応用例として，Coulomb場による荷電粒子の散乱が上げられる。今Coulomb

ポテンシャルを考慮すれば軌道方程式は

$$\varphi = \arccos \frac{\dfrac{zz'\epsilon^2}{mv^2\rho}}{\sqrt{1+\left(\dfrac{1}{mv^2\rho}\right)^2}} \cdots\cdots (2\cdot2\cdot1)$$

と与えられる。又微分散乱断面積は

$$d\sigma = \left(\frac{zz'\epsilon^2}{2mv^2}\right)^2 \mathrm{cosec}^4 \frac{1}{2}\theta \cdot d\omega \cdots\cdots (2\cdot2\cdot2)$$

となる。微分散乱断面積が $(zz'\epsilon^2)$ の符号によらない事，従って得られた結果は斥力及び引力のCoulomb場に対して同様に適用される。又粒子があらゆる方向に散乱される総数は全散乱断面積であって一般に微分散乱断面積を0からπまで積分することによって得られる。さらに散乱粒子が衝突によって失ったエネルギーに対する分布，即ち微分散乱断面積をエネルギー損失の函数として表すことも出来る。

§3. Quantum theory

古典力学に於ては，一つの粒子が他の粒子の近くを通り，それから受けた力の為めに前者の道筋が曲げられたとすると，衝突後の進路は衝突前の相互の運動状態から一義的に決って了う。これに反して量子力学に於ては二粒子間の相対速度がはっきりわかっていたならば相対座標は不確定になって了う故，どんな衝突の仕方をするかは知り得ず，従って衝突後の相対速度も一定しないであろう。我々が知り得るのは，唯どの方向に曲げられる確率がどの位であるかという事であり，又正確に求められる解は比較的少ない。しかしそれらは一見するよりも，ずっと広く応用しうるものである。というのはそれらの解はもっと複雑な系についての近似的な計算の基礎として役立つものであるからである。

3.1 Central Force Field

所であらかじめエネルギーが指定されるならば，非常に遠方での波動函数の振舞いが，そのエネルギーをつかって求められ，次いで，この漸近的な振舞いを粒子が力場によって散乱される量に関係づけることが出来ることになる。

さて散乱体と粒子の体系全体のHamilton函数は時間を直接に含まないから，この全体系はいくつかの定常状態をもち，Schrödinger 波動方程式で周期性をもつ解によって表わされる事になる。そこで我々の問題は波動方程式の解で原子から遠い所では入射波と散乱波を表わすψを見つけることである。即ちrの大きい所で

$$\psi \sim e^{ikz} + r^{-1}e^{ikr} f(\theta) \cdots\cdots (3\cdot1\cdot1)$$

でなければならない。

所で入射波を極座標を用いて表わすと，

$$\psi_1 = \Sigma(2n+1)i^n P_n(\cos\theta)\, f_n(r) \cdots\cdots (3\cdot1\cdot2)$$

と表わされる。但しf_nは

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{df}{dr}\right) + \left(k^2 - \frac{n(n+1)}{r^2}\right) f = 0 \cdots\cdots (3\cdot1\cdot3)$$

の解で，$P_n(\cos\theta)$はn次のLegendre係数とする。

そこで原子の場の中の電子に対するSchrödinger波動方程式を考えると，

$$\nabla^2\psi + [k^2 - U(r)]\,\psi = 0$$

と表わされる。但し

$$k = \frac{2\pi mv}{h}, \quad U(r) = \frac{8\pi^2 m}{h^2} V(r) \qquad (3 \cdot 1 \cdot 4)$$

とする。この波動方程式を満足する波動函数，即ち全波動函数は極座標を用いて，

$$\psi = \Sigma(2n+1) i^n e^{i\eta_n} L_n(r) P_n(\cos\theta) \qquad (3 \cdot 1 \cdot 5)$$

と表される。但し$L_n(r)$は

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dL}{dr}\right) + \left(k^2 - U(r) - \frac{n(n+1)}{r^2}\right) L = 0 \qquad (3 \cdot 1 \cdot 6)$$

の解である。

故に散乱波の漸近形は

$$\psi_2 \sim r^{-1} e^{ikr} f(\theta) \qquad (3 \cdot 1 \cdot 7)$$

但し

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik}\Sigma(2n+1)\,[e^{2i\eta_n} - 1]\,P_n(\cos\theta) \qquad (3 \cdot 1 \cdot 8)$$

となり，全散乱断面積は

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\sin^2\eta_n \qquad (3 \cdot 1 \cdot 9)$$

で与えられる。

3.2　Coulomb Field

Coulomb場に対して，散乱断面積だけが要求されているかぎりでは，波動方程式を抛物線座標(ξ. η. ϕ)によって分離する方が，球面座標をつかうより取り扱いが簡単である。――非常な遠方での位相に対しても無視できないような対数の形の項がついているため動径方向の解は週期函数的な形の自由粒子の解に近づいてゆかない。――その理由は求められている解が変数ξだけによって殆んど完全にきまり，他の二つの変数η及びϕにはよらないからである。解がϕを含まないはづだということは，問題の軸対称性から明らかである。そこで入射波をあらわす項が全体の解の一つの因子としてとり出されるものとすると，解の残りの部分はηを含まないことは当然考えられることである。そこで次の如くおくことが可能となる。

$$\psi = e^{ikz} F \qquad (3 \cdot 2 \cdot 1)$$

但し，ψは Coulomb場に対する完全な波動函数を表わしている。以上の如く波動函数をおくことにより，解くべきSchrödinger波動方程式は，

$$\nabla^2 F + 2ik\frac{\partial F}{\partial Z} - \frac{\beta F}{r} = 0 \qquad (3 \cdot 2 \cdot 2)$$

となる。但し

$$\beta = \frac{8\pi^2 mzz'\epsilon^2}{h^2} \qquad (3 \cdot 2 \cdot 3)$$

とする。さらにこの偏微分方程式の解を$F=F(r.z)$，$r-z=\xi$とおくことにより，次の如くの合流型超幾何方程式を得る。

$$\xi\frac{d^2F}{d\xi^2}+\frac{dF}{d\xi}-ik\xi\frac{dF}{d\xi}-\frac{\beta}{2}F=0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot2\cdot4)$$

上方程式は超幾何函数を利用して，解く事が出来る。この時，

$$F=W_1+W_2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot2\cdot5)$$

とおく，rの大きいときには

$$W_1\sim\frac{(-ik\xi)^{i\alpha}}{\Gamma(1+i\alpha)}G_1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot2\cdot6)$$

$$W_2\sim\frac{(ik\xi)^{-\alpha-1}}{\Gamma(-i\alpha)}e^{ik\xi}G_2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot2\cdot7)$$

であり，ここに

$$G_1=1+\frac{-\alpha^2}{ik\xi}+ \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot2\cdot8)$$

$$G_2=1+\frac{(1+i\alpha)^2}{ik\xi}+ \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot2\cdot9)$$

である。上式においてξ^{-1}の項まで考慮すると，

$$W_1\sim\frac{e^{\frac{1}{2}\pi\alpha}}{\Gamma(1+i\alpha)}\left(1-\frac{\alpha^2}{ik\xi}\right)\exp(i\alpha\log k\xi) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot2\cdot10)$$

$$W_2\sim\frac{-ie^{\frac{1}{2}\pi\alpha}e^{ik\xi}}{\Gamma(-i\alpha)k\xi}\exp(-i\alpha\log k\xi) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot2\cdot11)$$

函数W_1，W_2に$\exp(ikz)$を乗ずると，それぞれ入射波と散乱波を表わすことになる。我々は単位振幅の入射波を考えようというのだから，散乱を表わす全波動函数としては

$$\psi(r\theta)=e^{-\frac{1}{2}\pi\alpha}\Gamma(1+i\alpha)e^{ikz}F(-i\alpha:1:ik\xi) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot2\cdot12)$$

となる。但し，

$$\alpha=\frac{2\pi zz'\epsilon^2}{kv},\quad \xi=r-z=r\ (1-\cos\theta) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot2\cdot13)$$

である。この波動函数の漸近形は

$$\psi\sim I+Sf(\theta) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot2\cdot14)$$

であり，ここに

$$I=\exp[ikz+i\alpha\log k(r-z)] \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot2\cdot15)$$

$$S=r^{-1}\exp[ikr-i\alpha\log kr] \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot2\cdot16)$$

$$f(\theta)=\left(\frac{zz'\epsilon^2}{2mv^2}\right)\mathrm{cosec}^2\frac{1}{2}\theta \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot2\cdot17)$$

である。故に散乱強度$I(\theta)$は，

$$I(\theta)=\left|f(\theta)\right|^2=\left[\frac{zz'\epsilon_2}{2mv^2}\right]^2\mathrm{cosec}^4\frac{1}{2}\theta \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot2\cdot18)$$

となる。

§4. Discussion

これまで，衝突現象を古典論と量子論とを取り扱って来たが，ここにおいてさらに細部にわたって比較してみよう。

まず最初に古典論と量子論が分かれるのは，量子論において，どのような特別な粒子に対してもその軌道を明確に予言することが出来ないということが量子力学の基本的な特徴であり，この衝突の問題においても種々な方向に散乱される確率を与えることが出来るだけであるのに対し，古典論において衝突パラメーターと散乱角が一義的に決られるとした点にある。

さらにCoulomb場において全断面積を計算すると無限大と言う結果を得る。所でCoulomb場は有効距離の長い力の例であって，その効果は無限の遠方まで及ぶ。古典論においては，散乱を生じさせる力の場がどんなに大きい距離の所でも零でないときにはいつでも全断面積は無限大になるのである。しかし，量子論においては，有効距離の長い力がすべて無限大の全断面積を与えるわけでなく，遠距離において$1/r^2$よりも速く減少するポテンシャルにおいては，散乱に対し有限な全断面積を与えるのである。

所で浸透不能な球，即ち完全剛体球（相互作用が$r<a$で$U=\infty$，$r>a$で$U=0$）による粒子の散乱を考えると，古典論においては全散乱断面積が

$$\sigma_{cl}=4a^2 \quad \cdots\cdots (4\cdot0\cdot1)$$

となる。即ち，粒子が散乱されるためには，そこを通らなければならない面積<衝突面積>は球の断面積，即ち幾何学的断面積となるのに対し，量子論においては低速度において

$$\sigma_q=4\pi a^2 \quad \cdots\cdots (4\cdot0\cdot2)$$

となる。又極めて大きい速度の場合には

$$\sigma_q=2\pi a^2 \quad \cdots\cdots (4\cdot0\cdot3)$$

となる。この幾分矛盾してみえる結果は，回折のためにある大きさ以下のフレの角が正確に決定できないという事情に基づくものである。

しかし，古典論的断面積と，量子論的断面積との間に全く対応がつかないわけではない。古典論的断面積を運動量，角運動量と入射粒子が散乱される確率を用いて，

$$\sigma_{cl}=\left(\frac{2\pi}{P^2}\right)\int_0^\infty P(J)dJ \quad \cdots\cdots (4\cdot0\cdot4)$$

と表わされる。一方量子論における断面積を位相のずれを用いて表わすと，

$$\sigma_q=\left(\frac{8\pi}{P^2}\right)\int_0^\infty J\sin^2\eta_J dJ \quad \cdots\cdots (4\cdot0\cdot5)$$

となる。両式をくらべると$P(J)=4\sin^2\eta_J$であるように思われる。しかし剛体球で$P\to\infty$のとき$\alpha_q\to 2\pi a^2$となることからも明らかなように，古典的角分布が量子論的角に近づいてもα_qはα_{cl}の倍になってしまう。このため

$$\sigma_q \simeq \left(\frac{4\pi}{P^2}\right)\int_0^\infty P_q(J)\ J\ dJ \quad \cdots\cdots (4\cdot0\cdot6)$$

$$P_q(J)=2\sin^2\eta_J \quad \cdots\cdots (4\cdot0\cdot7)$$

とおいて，Pq(J) をもって角運動量Jをもつ粒子の散乱される確率と考える。しかしPqはときとして2という値になることもあるので直接確率と考えることは困難かもしれないが，$\sin^2\eta_J$は平均して½になるとするとPq(J)の平均が古典論的なP(J)＝1になるわけで一応の対応がつく。

§5. Conclusion

radiation damageの場合に起る粒子間の衝突は，原子核とその周囲の電子とから構成されている原子系の衝突であるから，非常に複雑な多体問題である。又原子核のCoulomb場は軌道電子によって遮蔽されるので入射粒子の散乱は純粋の衝突論からずれる。いずれにしても，これを簡単化して，近似的に取扱わなければならないのであるが，これを二つの両極端の場合に分けて考えることができる。その第一は，核的衝突であって，原子全体として弾性衝突が起る。周囲の電子は遮蔽効果として入ってくる。この核的衝突において，格子点の原子に与えられたエネルギーがdisplacement energy より小さいときには，その原子ははじき出されないから，その原子を中心とするthermal spikeを生ずる。displacement energyより大きいエネルギーが与えられた場合には，その原子ははじき出されるからdisplacement spikeが形成される。第二は電子的衝突であって，原子核を取りまく個々の電子にエネルギーが与えられ，原子は電子的に励起され，イオン化され，非弾性衝突が起る。入射粒子のエネルギーが小さいときには，電子の励起は無視し得る程小さいが，入射粒子のエネルギーが大きいときには，電子の励起が起り，それによって入射粒子のエネルギーが失われる。

原子がはじき出されると，その原子があったところは空格子点となり，はじき出された原子は格子間原子になる。それ故1個の原子がはじき出されると，1対のFrcnkel欠陥ができることになる。radiation damageの際に形成される格子欠陥が，Frenkel欠陥のように比較的簡単なものだけであるならば，理論と実験との比較は，割合に容易であるが，radiation damageにおいてはもっと複雑な欠陥もしばしば形成される。その中のあるものは二次的にできたものであるかも知れない。例えば原子空孔が集合して，空孔のclusterになったり，転位の輪になったりする。また格子間原子もclusterをつくるかも知れない。このように形成された欠陥が，照射中にも照射後にも，annealing効果によって，消失，再配置又は変形することがある。

それ故にknock-on原子はそれ自身がまた入射粒子となって，他の格子原子とCoulomb衝突を行う。入射粒子としては，はじき出しのthreshold energyを僅かに越えた程度のエネルギーをもつ電子を用いると形成されたknok-on原子がさらに第二次のはじき出しを行うということがないので，複雑な格子欠陥の形成がない。

これまで，衝突論における散乱断面積を単純に考えてきた。しかしながら実際には各粒子の種々の作用を考慮する必要があるので，その諸作用に関して簡単に考えてみる。

まず最初に上げられるものに，spinあるが。電子が対称軸をもち，従って第四の自由度をもつという仮説は新しい量子力学の発見以前の1925年に，原子のエネルギー準位を分類する際，四つの量子数が必要であるということを説明するために導入された。新しい量子論ではspinを取扱う方法はPauli等によって展開された。最後にDiracは波動方程式を正しく相対論的に扱うことによって，spinが相対性原理の必然的な帰結であることを示すことが出来た。衝突問題においても，あるものでは電子の

spinを考慮することが必要である。しかしspinと原子の場との相互作用が無視できて，spinが波動函数の対称性に与える影響だけを考えればよいようなとき，即ち考えている電子の速度が光速度にくらべて小さいようなときは，Diracの方程式を解なくても，Pauliと同じspinの取扱いで十分である。

次に粒子間の相互作用を考慮する必要がある。beam中の個々の電子が相互作用を扱ぼさないと仮定すればbeamの振舞いは三次元空間の波動函数$\psi(x.y.z.t)$で記述することが出来て$|\psi|^2 dxdydz$が時刻tに体積要素dxdydz中に電子一箇の見出される確率を与えることになる。二つ以上の粒子間の相互作用を考慮することが必要な原子系を論じようとする時には，これはもはや不可能となり，波動函数は全ての粒子の座標の函数となる。

その次には散乱体への反作用が上げられる。大多数の衝突現象で散乱される粒子は散乱体への何かの反作用をするものである。この反作用には次の様なものがある。

1) 電子衝撃による原子や分子の励起
2) 他の分子の衝撃による分子の振動や回転の励起
3) 衝突の際の二原子又は分子間の励起の移動
4) 原子核衝撃による核の励起

これらどの場合においても衝突する体系の相対並進運動と内部運動の間の直接のエネルギー交換が起っている。衝突する系の間の粒子のやりとりはない。けれども多くの他の型の衝突ではそれも起るのであってそのような衝突も又同じ位重要である。そういった組替え衝突には次のようなものがある。

1) 正に帯電した粒子が原子から電子を捕える。
2) 原子核が入射核を捕えて他の粒子を放出する。
3) 二分子が衝突して電子と核の配置がえが起る。
4) 電子と原子の衝突で入射ビームと散乱原子の間で粒子の交換が起り，入射電子が捕えられ，原子内の電子が放出される。

これらは現象が複雑であるので，極めて特殊な場合を除くと近似的な処理法を用いることが必要になる。衝突系の相対速度がそれらの系の内部運動の速度とくらべて大きいような衝突では困難なく正確な近似（Bron近似）が得られる。しかしそうでない場合ではまだ一般的な方法が発達していないので個々の問題に特殊の方法を用いなければならない。しかし一般的な条件下で成立つ或る保存定理を導くことが出来る。これらの保存定理を用いて断面積の大きさの限界を定め，近似法で得た結果を検査することができる。

最後にエネルギー移動について考えておく。励起エネルギーは放射過程と同様に，衝突で原子や分子に与えられたり，あるいはそれから他の原子や分子に移されたりする。事実，気体放電ではエネルギーの移動のおもな機構は衝突である。第一は電子と原子の衝突である。これは気体放電におけるエネルギー移動の第一段階であり，またこれは電気的に励起される単一気体の希ギスメーザーで重要なものである。第二は二つの中性子間の衝突であって，一方は励起状態にあり，そのエネルギーは衝突の際，第二の粒子の励起状態へ移される。この種類の過程は第二種衝突として知られているものである。第二種衝突の一般的定義には，おそい電子と励起原子とが衝突して原子の励起エネルギーが電子の運動エネルギーに移る超弾性衝突という名前で知られている過程も含まれるので，上にのべたよう

な分類法は完全なものでない。1個の分子を第三体とする正負2個のイオン間の三体衝突で再結合を起こすような衝突過程もまた気体放電における各種の平衡関係にとって重要である。

REFERENCES

Herbert Golrstein :
Classical Mechanics.
Addison-Wesley, Massachuetts, 1950.

Leonard I. Schiff :
Quantum Mechanics.
McGraw-Hill, New York, 1955.

Linus Pauling and E. Bright wilson :
Introduction to Quantum Mechanics.
McGraw-Hill, New York, 1935.

N. F. Mott and H. S. W. Massey :
The Theory of Atomic Collisions.
Oxford, London, 1961.

N. F. Mott and I. N. Sneddon :
Wave Mechanics and Its Applications.
Oxford, London, 1948.

N. F. Mott and R. W. Gureney :
Electronic Processes in Ionic Crystals.
Oxford, London, 1948.

Frederick Seitz :
The Modern Theory of Solids.
McGraw-Hiil, New York, 1940.

Adrianus J. Dekker :
Solid State Physics.
Prentice-Hall, New York, 1957.

Charles Kittel :
Introduction to Sold State Physics.
John Wiley, New York, 1956.

W. Beall Fowler :
Physics of Color Centers.
Academic Press, New York, 1968.

Jordan J. Markham :
F-Centers in Alkali-Halides.
Academic Press, New York, 1966.
J. H. Schulman and W. D. Compton :
Color Center in Solids.
Pergamon Press, New York, 1962.