変動係数の求め方について

八　島　武　久

自動車運転者の運転適性を調べる方法として，東北大学心理学研究室で提案された

(1) 速度見越反応検査

(2) 処 置 判 断 検 査

(3) 重複作業反応検査

の3つがあげられるが，この検査器による検査において測定結果の集計がかなり面倒であることに気付く。集計における最も面倒な変動係数の求め方に関して，次のような計算法があるので以下にのべる。

近年卓上計算器の進歩により面倒な計算も容易に可能になって来たが，なに分高価な機械であるため，大学研究室の中でも共同で使用することも多く，いざ計算しようと思って出かけてみると，だれかが時間のかかる計算をやり始めたところであったりすることをよく経験する。このようなとき昔ながらのソロバンと計算尺だけで各個人ごとの変動係数を手早く求めてみようというわけである。

この適性検査における変動係数とは動揺度ともよばれ，重複作業反応検査を例にとって概略の説明をすると，まず赤，黄，青の三色のランプが任意に点滅する装置の前に被検者がすわり，赤のランプがついたら足で，青のランプは右手で，黄のランプは左手であるきまった操作をするよう約束されている。このときランプを目で確認してから手足の操作が完了するまでの時間（反応時間）を測定するようになっており，この反応時間にバラツキがない方が良いとされている。

このバラツキの度合を数で表わしたのが変動係数（動揺度）で，つぎのように定義される。

$$\text{変動係数} \qquad C = \frac{\sigma}{\overline{x}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

ここに$\overline{x}$は反応時間の平均値，σは反応時間の標準偏差で，xiを測定された反応時間，Nを測定回数とすれば，

$$\overline{x} = \frac{1}{N}\Sigma xi \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(xi-\bar{x})^2}{N}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

この場合σを求めるには一般にxiが比較的簡単な数であっても，$\overline{x}$は面倒な数になることが多く，次の式によって計算されることが多い。

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\Sigma xi^2 - \overline{x}^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

この式によって求めた実例が第1表である。このときxi^2を求めるには平方表を用いるのが普通である。

ここで話をもとにもどして(3)式において$\overline{x}$がちょうどうまく簡単な数になったときは(4)式より(3)式の方が計算が楽になることもあるのである。したがって$\overline{x}$がすっきりした数でなくとも，すっきりした数mを仮定しその数を用いて

$$\sigma(m) = \sqrt{\frac{\Sigma(xi-m)^2}{N}} \quad \cdots\cdots\cdots(5)$$

を計算し，あとどのような補正をしたらよいのかを以下に示す。ここで

$$m = \overline{x} + \delta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

たとえば$\overline{x}$=646のとき，m=650とするため，δ= 4 となる。

$$\sigma^2(\overline{x}) = \frac{\Sigma(xi-\bar{x})^2}{N}$$

$$= \frac{1}{N}\Sigma xi^2 - \frac{2}{N}\Sigma xi\bar{x} + \frac{1}{N}\Sigma\bar{x}$$

$$= \frac{1}{N}\Sigma xi^2 - \bar{x}^2 \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

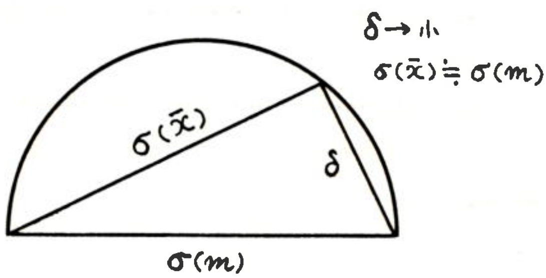
$$\sigma^2(m) = \frac{\Sigma(xi-m)^2}{N}$$

$$= \frac{\Sigma\{xi-(\bar{x}+\delta)\}^2}{N}$$

$$= \frac{1}{N}\Sigma xi^2 + \frac{1}{N}\Sigma\bar{x}^2 + \frac{1}{N}\Sigma\delta^2 - \frac{2}{N}\Sigma xi\bar{x} + \frac{2}{N}\Sigma\bar{x}\delta - \frac{2}{N}\Sigma\delta xi$$

$$= \frac{1}{N}\Sigma xi^2 - \bar{x}^2 + \delta^2$$

$$= \sigma^2(\bar{x}) + \delta^2 \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$



$$\therefore\ \sigma^2(\bar{x}) = \sigma^2(m) - \delta^2 \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

また(9)式は次のようにしておく

$$\sigma^2(\bar{x}) = \frac{\Sigma(xi-m)^2}{N} - \delta^2$$

$$= \frac{\Sigma(xi-m)^2 - N\delta^2}{N} \cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

ここで

$(xi-m)^2$は偏差計算尺（**第１図**）で（$xi-m$）を求め，暗算で平方して求める。（時には平方表も利用する）

$N\delta^2$は暗算で求める。

つぎに

$$\Sigma(xi-m)^2 - N\delta^2 = X\cdot 10^{2n} \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

となおし，計算尺のＡ尺のＸにカーソルを合わせ，それにＢ尺のＮを合わせ，Ｃ尺の１の下のＤ尺の目盛を読めば$\sigma(\bar{x})$が求まる。（**第２図**）

このようにして求めた例が**第２表**である。

第１表，第２表の結果を見てわかるのであるが，第１表のような方法で計算するときは$\bar{x}$の値はできるだけ正確に求めるべきであり，第２表のような方法で計算するときは$\bar{x}$の値が多少大まかな数で

あっても，変動係数は正確に求められることがわかる。計算尺で出すには第２表のように行なうのが適当ではないかと思う。

相関係数を求めるにあたっても同様な考察をしておくのもよいと思われる。相関係数をｒとおくとｒは次のように定義される。

$$r = \frac{C}{\sigma x \sigma y} = \frac{\frac{1}{N}\Sigma(xi-\bar{x})(yi-\bar{y})}{\sqrt{\frac{\Sigma(xi-\bar{x})^2}{N}}\sqrt{\frac{\Sigma(yi-\bar{y})^2}{N}}} \quad \cdots\cdots(12)$$

ここで分子の

$$\frac{1}{N}\Sigma(xi-\bar{x})(yi-\bar{y}) \quad \cdots\cdots(13)$$

は共分散ともよばれＣで表わすとつぎのようになる。

$$C = \frac{1}{N}\Sigma(xi-\bar{x})(yi-\bar{y}) = \frac{1}{N}\Sigma xiyi - \bar{x}\bar{y} \quad \cdots\cdots(14)$$

前と同様

$$m_1 = \bar{x} + \delta_1 \qquad m_2 = \bar{y} + \delta_2 \quad \cdots\cdots(15)$$

とおけば

$$C(\bar{x},\bar{y}) = C(m_1, m_2) - \delta_1\delta_2 \quad \cdots\cdots(16)$$

δ_1またはδ_2のいずれかを０にすれば都合がよい。そうでなければδ_1とδ_2の積を小さくして，

$$C(\bar{x},\bar{y}) \fallingdotseq C(m_1, m_2)$$

にすると計算が楽である。

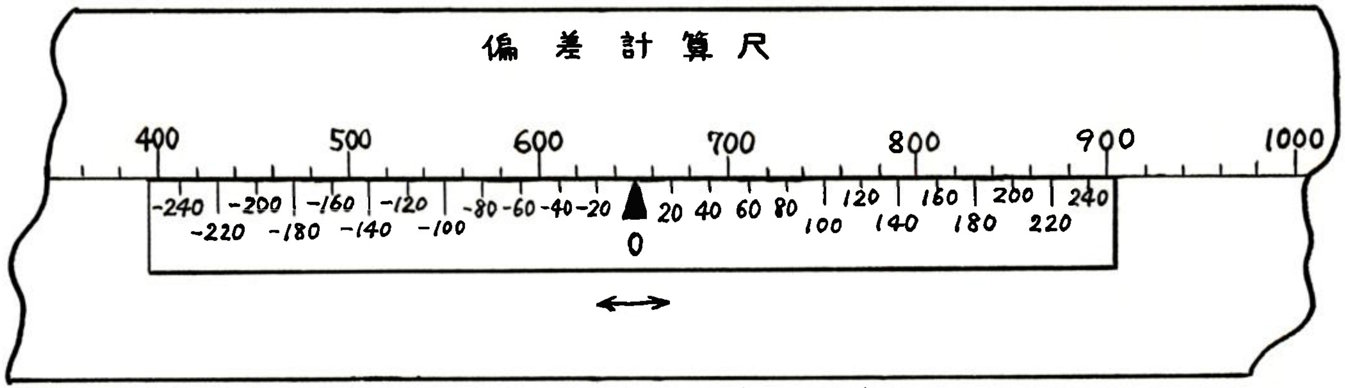
参　考　文　献

佐藤良一郎著　　数理統計学概説

依田　浩著　　技術者の統計学

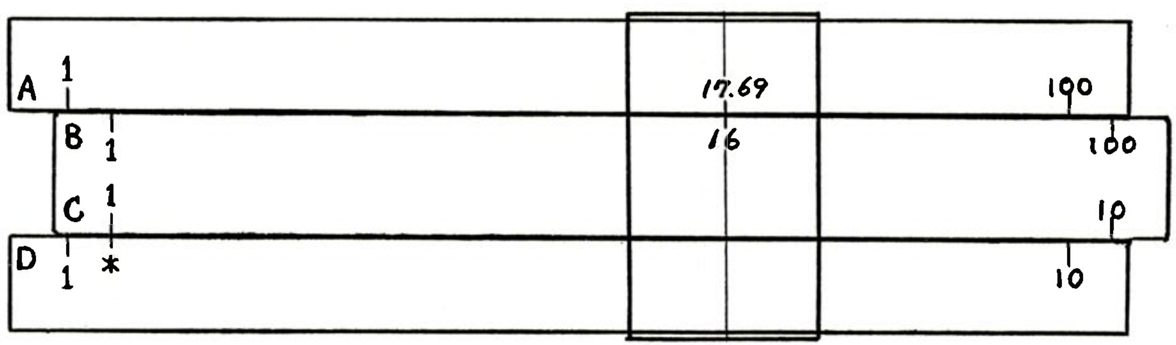
岩田至康著　　数理統計学とその応用

又井不二雄　　自動車運転者の事故と適性（43年体育学会論文）



方眼紙を利用してつくる

第　1　図



（答）＊＝1.052

第　2　図

(A)

回数	反 応 時 間 xi	xi²
1	msec 5 9 0	348100
2	8 6 0	739600
3	5 7 0	324900
4	8 1 0	656100
5	8 1 0	656100
6	7 0 0	490000
7	5 5 0	302500
8	7 0 0	490000
9	5 2 0	270400
10	7 0 0	490000
11	6 0 0	360000
12	5 4 0	291600
13	5 5 0	302500
14	5 4 0	291600
15	6 3 0	396900
16	6 7 0	448900
Σ	1 0 3 4 0	6859200
$\frac{1}{N}\Sigma$	6 4 6. 2 5	428700

$\overline{x}=\frac{1}{N}\Sigma x\mathrm{i}$

$=646.25$

としたときの計算

$\sigma=\sqrt{\frac{6859200}{16}-(646.25)^2}$

$=\sqrt{428700-417639}$

$=105.17$

$C=\frac{105.17}{646.25}$

$=0.16274$

$\overline{x}=\frac{1}{N}\Sigma x\mathrm{i}$

$=646$

としたときの計算

$\sigma=\sqrt{\frac{6859200}{16}-(646)^2}$

$=\sqrt{428700-417316}$

$=106.7$

$C=\frac{107}{646}$

$=0.166$

第 1 表

(B)

回数	反応時間 xi	(m=650) xi$-m$	$(x\mathrm{i}-m)^2$
1	msec 5 9 0	− 6 0	3600
2	8 6 0	2 1 0	44100
3	5 7 0	− 8 0	6400
4	8 1 0	1 6 0	25600
5	8 1 0	1 6 0	25600
6	7 0 0	5 0	2500
7	5 5 0	− 1 0 0	10000
8	7 0 0	5 0	2500
9	5 2 0	− 1 3 0	16900
10	7 0 0	5 0	2500
11	6 0 0	− 5 0	2500
12	5 4 0	− 1 1 0	12100
13	5 5 0	− 1 0 0	10000
14	5 4 0	− 1 1 0	12100
15	6 3 0	− 2 0	400
16	6 7 0	2 0	400
Σ	10340	—	177200
$\frac{1}{N}\Sigma$	6 4 6	—	—

$\overline{x}=646$

$m=650$

$\delta=4$

筆算で計算

$\sigma=\sqrt{\frac{177200-16\times4^2}{16}}$

$=\sqrt{\frac{176944}{16}}$

$=105.16$

$C=\frac{105}{646}$

$=0.162$

$\overline{x}=646$

$m=650$

$\delta=4$

計算尺で計算

$\sigma=\sqrt{\frac{177200-16\times4^2}{16}}$

$=\sqrt{\frac{17.7\times10^4}{16}}$

$=105.2$

$C=\frac{105}{646}$

$=0.162$

第 2 表